Geometria analitica e algebra lineare
Prova scritta del 12 luglio 2013

Nome e cognome ______________________________ n. matricola________________

Scrivere nome e cognome **<u>in testa ad ogni foglio</u>. Consegnare questo foglio.** La durata della prova è tre ore; è consentito tenere sul banco un solo foglio di appunti personali. **<u>Risposte prive di spiegazioni NON sono sufficienti</u>**

1. Stabilire se la retta *r*, di equazioni parametriche, $x = 3, y = 1+t, z = 3t$ (nel parametro reale *t*), è sghemba o complanare con la retta *r'*, di equazioni cartesiane $\begin{cases} x-3y+z=0 \\ 3y-z=0 \end{cases}$. In ogni caso, determinare la distanza tra *r* ed *r'*.

(punti 2 + 3)

2. Scrivere un'equazione cartesiana del piano che passa per la retta *r*, di equazioni parametriche, nel parametro reale *t*, $x = 3, y = 1+t, z = 3t$, ed è parallelo alla retta *s*, di equazioni $\begin{cases} x+y=3 \\ z=6 \end{cases}$.

(punti 3)

3. a) Scrivere un'equazione cartesiana della sfera *S* con centro in (0,3,0) e passa per (3,3,0) e delle equazioni cartesiane della curva *C* che è intersezione di *S* col piano π di equazione *y* = 3.
b) Scrivere delle equazioni parametriche di *C*.
c) Per ogni punto *P* di *C*, si consideri la retta *g* che è perpendicolare al piano π e che passa per *P*. Scrivere delle equazioni parametriche delle rette *g* e ricavarne delle equazioni parametriche ed un'equazione cartesiana della superficie generata da queste rette.

(punti 2 + 2 + 3)

4. In $\mathbb{R}^4$, si consideri il sottospazio **U** generato dai vettori $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$. Trovare, specificandone una base, un sottospazio **W** che sia supplementare di **U.**

(punti 4)

5. Sia *L* l'applicazione da $\mathbb{R}^4$ ad $\mathbb{R}$ così definita: $L : (x_1, x_2, x_3, x_4) \mapsto \sum_{i=1}^{4} x_i$.

a) Dimostrare che *L* è lineare.
b) Scrivere la matrice associata ad *L* rispetto alle basi canoniche di $\mathbb{R}^4$ ed $\mathbb{R}$.
c) Dimostrare che *L* è surgettiva.
d) Determinare una base del sottospazio Ker*L* (nucleo di *L*).

(punti: 5)

6. Stabilire per quali scelte di *h* la matrice reale $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 4 & -h & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ -2 & 2h & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile e, per quei valori di *h*, scrivere la matrice **M** di un cambiamento di base che porti **C** in forma diagonale.

(punti 4 + 2)