

Geometria analitica (Corso di laurea in Matematica, ordinamento DM 509/99)
Geometria lineare e affine (Corso di laurea in Fisica, ordinamento DM 509/99)

13 luglio 2011

Nome e cognome _____ n. matricola _____ Corso di laurea _____

Scrivere nome e cognome **in testa ad ogni foglio**. **Consegnare questo foglio**.

La durata della prova è tre ore; è consentito tenere sul banco un solo foglio di appunti personali. **I risultati privi di spiegazioni NON sono presi in considerazione.**

1. Nel piano, riferito a coordinate cartesiane ortogonali Oxy , sono assegnati il punto $A = \left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}\right)$ e la retta r di

equazione $2x - 2y + 1 = 0$.

- Scrivere un'equazione cartesiana della retta p per A perpendicolare a r .
- Scrivere (nel sistema di riferimento dato) un'equazione della parabola che ha come fuoco il punto A e come direttrice la retta r (**astenersi da calcoli superflui**).
- Trovare le coordinate del vertice V di questa parabola.
- Scrivere un'equazione cartesiana della stessa parabola nel sistema di riferimento cartesiano ortogonale in cui l'asse delle ascisse coincide con la retta p e l'origine è il punto V .

(2+2+2+2 punti)

2. Nello spazio, riferito a coordinate cartesiane $Oxyz$, sono date le rette di equazioni cartesiane, rispettivamente,

$$\begin{cases} 4x - 3z = 5 \\ x + y = -2 \end{cases}, \begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ x = -2 \end{cases};$$

verificare che esse non sono parallele e scrivere un'equazione cartesiana del piano parallelo ad entrambe che passa per il punto $(1, 1, -2)$.

(4 punti)

3. Giustificare la seguente affermazione: le rette definite dalle equazioni, dipendenti dal parametro h ,

$$\begin{cases} x - 4y - z = 0 \\ x + y + h(z + 2) + 2 = 0 \end{cases}$$

appartengono ad un fascio F (si ricordi che si chiama "fascio di rette" l'insieme di tutte le rette di un piano che passano per un punto, detto *centro* o *sostegno* del fascio).

(3 punti)

4. Nello spazio, riferito a coordinate cartesiane $Oxyz$, è assegnato il piano σ di equazione $x + y = -2$. Rappresentare con equazioni cartesiane la circonferenza che giace nel piano σ , ha come centro il punto $(-2, 0, 0)$ e ha il raggio uguale a 2.

(4 punti)

6. Stabilire se vi sono delle scelte del parametro t per le quali la matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & t & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

risulti non invertibile; per quel valore di t , indicare delle colonne di \mathbf{A} che formino una famiglia massimale di vettori linearmente indipendenti ed esprimere le restanti colonne come combinazione lineare di quelle.

(5 punti)

6. Determinare i valori di h, k per cui risulta compatibile il sistema lineare, nelle incognite x, y, z ,

$$\begin{cases} x - 4y - z = 0 \\ x + y + hz = -2h - 2 \\ x - 2y - z = k + 2 \end{cases}$$

e trovare **tutte** le soluzioni (**astenersi da calcoli superflui**).

(3 + 3 punti)