Geometria lineare e affine (C. L. in Fisica) – Geometria analitica (C. L. in Matematica)

Prova scritta del 14 settembre 2011

Scrivere nome e cognome <u>in testa ad ogni foglio</u>. Consegnare questo foglio.

Nome e cognome___________________________________n. matricola____________corso di laurea_____

1. Determinare per quali valori dei coefficienti H,K risulti compatibile il sistema lineare, nelle incognite x,y,z,w

$$\begin{cases} x+4z+3w=2 \\ 3x+6y+3w=K \\ 2x+6y-4z+Hw=3 \end{cases}.$$

Trovare tutte le soluzioni.

(punti 3 + 2)

2. Scrivere un'equazione cartesiana del piano che contiene la retta di equazioni cartesiane $\begin{cases} x-y=2 \\ x+y+z=3 \end{cases}$ ed il punto P di coordinate (8,0,0).

(punti 2)

3. Scrivere un'equazione cartesiana del piano che contiene la retta di equazioni parametriche $\begin{cases} x=2+t \\ y=t \\ z=5-2t \end{cases}$ ed è parallelo all'asse delle z.

(punti 2)

4. Stabilire se le rette r, di equazioni cartesiane $\begin{cases} x-y=2 \\ 2x+y+z=3 \end{cases}$, ed s, di equazioni cartesiane $\begin{cases} 3x+z=3 \\ 3y+z=2 \end{cases}$, sono sghembe o complanari. Nel primo caso, scrivere un'equazione cartesiana del piano per l'origine che è parallelo ad entrambe; se r ed s sono complanari, scrivere un'equazione cartesiana del piano che le contiene.

(punti 5)

5. Scrivere delle equazioni cartesiane che determinino la circonferenza che giace nel piano $x + y + z = 3$, ha il centro in (0,1,2) ed il raggio uguale a 1.

(punti 3)

6. Studiare le intersezioni della superficie di equazione cartesiana $y^2 + 4z^2 - 1 = 0$ con
   a) i piani perpendicolari all'asse delle x,
   b) i piani passanti per l'asse delle x.

   Dedurne di quale tipo di quadrica si tratti, e scriverne delle equazioni parametriche.

(punti 3 + 2 + 2)

7. Se le affermazioni che seguono sono corrette, indicarne la dimostrazione; in caso contrario, mostrare un controesempio.
   a. Nello spazio, riferito a coordinate cartesiane $Oxyz$, tre punti distinti $A = (a_1,a_2,a_3)$, $B = (b_1,b_2,b_3)$, $C = (c_1,c_2,c_3)$ sono allineati **<u>se e solo</u>** se è $\det\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} = 0.$
   b. In $\mathbb{R}^3$, tre vettori distinti, **u, v, w,** sono linearmente dipendenti **<u>se e solo se</u>**, indicato con $<\ ,\ >$ il prodotto scalare e con $\wedge$ il prodotto vettoriale, si ha $< \mathbf{u} \wedge \mathbf{v}, \mathbf{w} > = 0$.

(punti 3 + 3)