Esempi di logica predicativa...

traduciamo dal linguaggio naturale

R (m, d) unari − (s, c) binari

$m(x)$ x è malato
$d(x)$ x è un dottore
$c(x, y)$ x cura y
$s(x, y)$ x stima y

Ogni malato non stima se stesso.

$\forall x\, (m(x) \Rightarrow \neg\, s(x, x))$

Ci sono dottori che curano se stessi.

$\exists x\, (dx \land c(x, x))$

Qualche malato stima tutti i dottori che lo curano.

$\exists x\, (m(x) \land \forall y\, (d(y) \land c(y, x) \Rightarrow s(x, y))$

Tutti i malati stimano almeno un dottore che li cura.

$\forall x\, (m(x) \Rightarrow \exists y\, (d(y) \land c(y, x) \land s(x, y))$

Logica (21/03/2018)

Andrea vive a Roma e lavora a Bari.

C: (a, r, b)

$vive(a, r) \land lavora(a, b)$

R: vive (x, y) - lavora (binaria)

C (c) Claudio

F (p) unaria $\Rightarrow$ indica la funzione di padre

R (r, s) binari: $r(x,y)$ x è parente di y - $s(x,y)$ x stima y.

Tutti i parenti di Claudio stimati da Claudio, sono stimati anche dal padre di Claudio. POSSIAMO TRADURLA: Se un parente di Claudio è stimato da Claudio allora implica che sia stimato anche dal padre di C.

$$\forall x(r(x,c) \land s(c,x) \Rightarrow s(p(c),x))$$

Claudio stima sé stesso e tutti quelli che stimano suo padre, ma non stima suo padre.

$$S(c,c) \land \forall x(s(x,p(c)) \Rightarrow s(c,x) \land \neg s(c,p(c)))$$

Claudio stima solo quelli che stimano solo il loro nonno paterno.

Che si può tradurre: Per tutti quelli stimati da Claudio allora ci sono persone che stimano il proprio nonno.

$$\forall x(s(c,x) \Rightarrow s(x,p(p(x))))$$

F: $p(x)$ il padrone di x

R: $c(x)$ x è un cane; $g(x)$ x è un gatto; $a(x,y)$ x ama y.

Tutti i cani e i gatti amano i loro padroni.

$$\forall x(c(x) \Rightarrow a(x,p(x)) \land \forall y(g(y) \Rightarrow a(y,p(y))))$$

$$\forall x(c(x) \lor g(x) \Rightarrow a(x)p(y))$$

Tutti i cani non amano i padroni di un gatto.

(I) $\forall x\, c(x) \Rightarrow \forall y(\neg a(x,p(y)) \land g(y))$

Può essere scritto = Non esiste un cane che ami il padrone di un gatto.

(II) $\neg \exists x(c(x) \land \exists y(g(y) \land a(x,p(y)))$

Queste 2 formule sono equivalenti...

Se ogni sorella di Gianni litiga con almeno una sorella di Fabio, il miglior amico di Gianni litiga con il miglior amico di Fabio.

C: g (Gianni); f (Fabio)

F: s (sorella) → s(x) | m(x) miglior amico di Gianni e m(x, y)

R: l (x, y) x litiga con y.

$$\forall x(s(x,g) \Rightarrow \exists y(s(y,f) \wedge l(x,y)) \Rightarrow l(m(g), m(f))$$

Se tutti gli uomini sono mortali e Socrate è un uomo, allora Socrate è mortale.

$$\forall x(u(x) \Rightarrow m(x)) \wedge u(s) \Rightarrow m(s)$$

C: s(x) socrate

F: -

R: u(x) x è un uomo; m(x) x è mortale.

Logica (22/03/2018)

Se ogni amico di Mario è amico di Luca e Pietro non è amico di Mario, allora Pietro non è amico di Luca.

C: m (mario); p (pietro); l (luca).

F: —

R: a (x, y) x è amico di y.

$$\forall x(a(x,m) \Rightarrow a(x,l) \wedge \neg a(p,m) \Rightarrow \neg a(p,l)$$

SI PUÒ SCRIVERE: Non esiste un amico di Mario che non sia un amico di Luca.

$$\neg \exists x \; a(x,m) \wedge \neg a(x,l)$$

I Nessun ladro è onesto - I Non esiste un ladro onesto - II Tutti i ladri sono non onesti - II Ogni ladro è non onesto.

C: -

F:

R: l (x) x è un ladro; o (x) x è onesto.

I $\neg \exists x(l(x) \wedge o(x))$

II $\forall x(l(x) \Rightarrow \neg o(x))$

Se tutti i filosofi intelligenti sono curiosi e solo i tedeschi sono filosofi intelligenti, allora, se ci sono filosofi intelligenti, qualche tedesco è curioso.

$$\underbrace{\text{tutti i filosofi intelligenti sono curiosi}}_{G1} \underbrace{\text{e}}_{\land} \underbrace{\text{solo i tedeschi sono filosofi intelligenti}}_{G2} \text{ allora se } \underbrace{\text{ci sono filosofi intelligenti}}_{H1} \underbrace{\text{qualche tedesco è curioso}}_{H2}$$

R: $c(x)$ x è curioso;
$i(x)$ x è intelligente;
$f(x)$ x è filosofo;
$t(x)$ x è tedesco.

$$\underbrace{\forall x(f(x)\land i(x)\Rightarrow c(x))}_{G_1}\land \underbrace{\forall x(f(x)\, i(x)\Rightarrow t(x))}_{G_2}\Rightarrow \underbrace{\exists x(f(x)\land i(x))}_{H_1}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow \underbrace{\exists x(t(x)\land c(x))}_{H_2}$$

Oppure = Non esiste un non tedesco che sia filosofo e intelligente.

$$\neg\exists(t(x)\land f(x)\land i(x))$$

Il cervello di un delfino è più grande di quello di un topo;
/ Ogni delfino ha il cervello più grande di quello di un topo;
/ I Non esiste un topo che abbia il cervello più grande di quello di un delfino.
II Tutti i delfini hanno il cervello più grande di quello di tutti i topi.

I $\neg\exists x(d(x)\land\neg\exists y(t(g)\land \neg g(c(x),c(y))))$

II $\forall x(d(x)\Rightarrow \forall y(t(y)\Rightarrow g(c(x),c(y))))$