ES. 1

1

2	8 2
3	6 6 7 9 5 2 4
4	9 3 3 0 6 8 0 5
5	6 5 0 6 7 7 9 1 6 2 3
6	5 7 8 2 0 5 2 3 4
7	9 8 2 3 6 4 0 5 4
8	4 2 8 0

Riordinando

2	2 8
3	2 4 5 6 6 7 9
4	0 0 3 3 5 6 8 9
5	0 1 2 3 5 6 6 6 7 7 9
6	0 2 2 3 4 5 5 7 8
7	0 2 3 4 4 5 6 8 9
8	0 2 4 8

$$\hat{X} = \frac{\hat{X}_{25} + \hat{X}_{26}}{2} = \frac{56 + 57}{2} = 56,50$$

%

(2)

$$\bar{X} = \frac{1}{50}\sum_{i=1}^{50} X_i = 56,72$$

$$S_X^2 = \frac{1}{49}\sum_{i=1}^{50}(X_i - \bar{X})^2 = 265,27$$

$$S_X = \sqrt{S_X^2} = 16,29$$

$$A_{-2} = (-\infty; \bar{X} - S_X] = (-\infty; 40,43]$$

$$A_{-1} = (\bar{X} - S_X; \bar{X}] = (40,43; 56,72]$$

$$A_1 = (\bar{X}; \bar{X} + S_X] = (56,72; 73,01]$$

$$A_2 = (\bar{X} + S_X; +\infty) = (73,01; +\infty)$$

$$O_{-2} = 11;\ O_{-1} = 14;\ O_1 = 15;\ O_2 = 10$$

$$E_{-2} = 50 \cdot 0,16 = 8 = E_2$$

$$E_{-1} = 50 \cdot 0,34 = 17 = E_1$$

$$\chi^2 = \sum_{k=-2}^{2} \frac{(O_k - E_k)^2}{E_k} = \frac{(11-8)^2}{8} + \frac{(14-17)^2}{17} + \frac{(15-17)^2}{17} + \frac{(10-8)^2}{8} =$$

$$= \frac{9}{8} + \frac{9}{17} + \frac{4}{17} + \frac{1}{2} = 2,39 > 1$$

%

Poiché $\bar{X}^2 > 1$ il campione non verifica l'ipotesi di gaussianità con parametri $\bar{x}$ e S_x, secondo il test del χ^2 semplificato.

Osserviamo che questo risultato si poteva dedurre senza portare a termine tutto il calcolo di $\bar{X}^2$, semplicemente notando che $\frac{(O_{-2}-E_{-2})^2}{E_2} = \frac{9}{8} > 1$. Infatti, essendo $\bar{X}^2$ una somma di termini positivi, basta che uno solo di questi risulti maggiore di 1 perché lo sia tutta la somma.

Es. 2

X	Y
0	19,0
1	20,0
2	20,5
3	21,5
4	22,0
5	23,0
6	23,0
7	23,5
8	24,0
9	25,0

$$\bar{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = 4,50 \quad ; \quad \bar{Y} = 22,15$$

$$S_x^2 = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 9,17 \quad ; \quad S_y^2 = 3,61$$

$$S_x = \sqrt{S_x^2} = 3,03 \quad ; \quad S_x = 1,9$$

$$S_{xy} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 5,60$$

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} = 0,99$$

Poiché $|r_{xy}| \cong 1$ esiste una relazione lineare che lega le quantità X e Y, ovvero $Y = AX + B$.

I valori stimati dai dati del campione per A e B risultano:

$$\check{A} = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = 0,62$$

$$\check{B} = \bar{Y} - \check{A}\bar{X} = 19,35$$

Pertanto la retta di regressione risulta:

$$Y = 0,62\,X + 19,35$$