ES. 1

0	1 2 4
1	
2	
3	7 4 5 2 4
4	4 6 0 6 4 4 8 0 5
5	5 9 1 6 2 3
6	6 7 7 7 6 2 3 4
7	7 6 0 6 4 0 5 4
8	9 9 8 2 8 0
9	9 9 3
10	
11	0
12	0

Riordinando e tralasciando i rami senza foglia

0	1 2 4
3	2 4 4 5 7
4	0 0 4 4 4 5 6 6 8
5	1 2 3 5 6 9
6	2 3 4 6 6 7 7 7
7	0 0 4 4 5 6 6 7
8	0 2 8 8 9 9
9	3 9 9
11	0
12	0

$$\hat{X} = \frac{\hat{X}_{25} + \hat{X}_{26}}{2} = \frac{63+64}{2} = 63,50$$

$$\overline{X} = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} x_i = 60,26$$

$$S_x^2 = \frac{1}{49} \sum_{i=1}^{50} (x_i - \overline{x})^2 = 664,16$$

$$S_x = \sqrt{S_x^2} = 25,77$$

$$A_{-2} = (-\infty ; \overline{X} - S_x] = (-\infty ; 34,49]$$

$$A_{-1} = (\overline{X} - S_x ; \overline{X}] = (34,49 ; 60,26]$$

$$A_1 = (\overline{X} ; \overline{X} + S_x] = (60,26 ; 86,03]$$

$$A_2 = (\overline{X} + S_x ; +\infty) = (86,03 ; +\infty)$$

%

$O_{-2} = 6$; $O_{-1} = 17$; $O_1 = 18$; $O_2 = 9$

$E_{-2} = E_2 = 50 \cdot 0{,}16 = 8$

$E_{-1} = E_1 = 50 \cdot 0{,}34 = 17$

$$\chi^2 = \sum_{k=-2}^{2} \frac{(O_k - E_k)^2}{E_k} =$$

$$= \frac{(8-6)^2}{8} + \frac{(17-17)^2}{17} + \frac{(18-17)^2}{17} + \frac{(9-8)^2}{8} =$$

$$= \frac{4}{8} + 0 + \frac{1}{17} + \frac{1}{8} = 0{,}68$$

$\chi^2 < 1$ quindi il campione di misure della quantità X verifica le ipotesi di gaussianità con parametri $\mu = \bar{X}$ e $\sigma = S_x$.

ES. 2

X	Y
1	110
2	100
3	89
4	87
5	85
6	80
7	70
8	69
9	68
10	67

$$\bar{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = 5,50 ; \quad \bar{Y} = 82,50$$

$$S_x^2 = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x}) = 9,17 \quad ; S_Y^2 = 214,06$$

$$S_x = \sqrt{S_x^2} = 3,03 \quad ; S_Y = 14,63$$

$$S_{xy} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = -42,61$$

$$r_{XY} = \frac{S_{XY}}{S_X S_Y} = -0,96$$

5

Poiché $|r_{XY}| \cong 1$ esiste una relazione lineare che lega le quantità X e Y, ovvero $Y = AX + B$

I valori stimati dai dati del campione per A e B risultano:

$$\check{A} = \frac{S_{XY}}{S_X^2} = -4,65$$

$$\check{B} = \bar{Y} - \check{A}\bar{X} = 108,07$$

Pertanto la retta di regressione risulta:

$$Y = -4,65X + 108,07$$