# ESERCIZIO 1

0 | 5 2 6 8 7 7 9 3 6 7 3 6 4 6 5 7 9 8 5
1 | 3 3 0 6 1 2 2 1 6 8 1 9 5 0 6 0 1 0 2 2 9 5 7 0
2 | 1 4 9 0
3 | 7 2
4 | 9

Riordinamento

0 | 2 3 3 4 5 5 6 6 6 6 7 7 7 7 8 8 9 9 9
1 | 0 0 0 0 0 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 4 5 5 6 6 7 8 9 9
2 | 0 1 4 9
3 | 2 7
4 | 9

$$\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i = \frac{1}{50}\sum_{i=1}^{50} x_i = 12,92$$

$$\hat{X} = \frac{\hat{X}_{(\frac{N}{2})} + \hat{X}_{(\frac{N}{2}+1)}}{2} = \frac{\hat{X}_{25} + \hat{X}_{26}}{2} = \frac{11+11}{2} = 11$$

$$S_x^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2 = \frac{1}{N-1}\left(\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - N\bar{X}^2\right) =$$

$$= 79,50 \Rightarrow S_x = \sqrt{S_x^2} = 8,92$$

$$A_{-2} = (-\infty, \overline{X} - S_x] = (-\infty, 4,00]$$

$$A_{-1} = (\overline{X} - S_x, \overline{X}] = (3,84, 12,92]$$

$$A_1 = (\overline{X}, \overline{X} + S_x] = (12,92, 21,84]$$

$$A_2 = (\overline{X} + S_x, +\infty) = (21,84, +\infty)$$

$O_{-2} = 4$ ; $O_{-1} = 28$ ; $O_1 = 13$ ; $O_2 = 5$

$$E_{-2} = 50 \cdot 0,16 = 8 = E_2$$

$$E_{-1} = 50 \cdot 0,34 = 17 = E_1$$

$$\overline{X}^2 = \sum_{k=-2}^{2} \frac{(O_k - E_k)^2}{E_k} = \frac{(4-8)^2}{8} + \frac{(28-17)^2}{17} + \frac{(13-17)^2}{17} + \frac{(5-8)^2}{8} =$$

$$= \frac{16}{8} + \frac{121}{17} + \frac{16}{17} + \frac{9}{8} = 11,18$$

Poiché $\overline{X}^2$ è maggiore di 1 il campione non verifica l'ipotesi di gaussianità con parametri $\overline{X}$ e $S_x$.
Osserviamo che questo risultato si poteva dedurre senza portare a termine tutto il calcolo di $\overline{X}^2$, semplicemente notando che $\frac{(O_{-2} - E_{-2})^2}{E_{-2}} > 1$ come pure $\frac{(O_1 - E_1)^2}{E_1}$ e $\frac{(O_2 - E_2)^2}{E_2}$.

infatti, basta che un solo addendo che compare nella somma di termini positivi che forma l'espressione di $\overline{X}^2$ sia maggiore di 1 per inficiare l'ipotesi.

# ESERCIZIO 2

| $X$ | $Y$ |
|---|---|
| $-1$ | $10$ |
| $0$ | $9$ |
| $1$ | $7$ |
| $2$ | $5$ |
| $3$ | $4$ |
| $4$ | $3$ |
| $5$ | $0$ |
| $6$ | $-1$ |
| $7$ | $-3$ |
| $8$ | $-4$ |

$$\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} x_i = 3,5$$

$$S_X^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2 = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})^2 = 9,17$$

$$\Rightarrow S_X = \sqrt{S_X^2} = 3,03$$

analogamente si ha

$$\bar{Y} = 3 \;;\; S_Y^2 = 24 \;;\; S_Y = 4,9$$

$$S_{XY} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y}) = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y}) = -14,78$$

$$r_{XY} = \frac{S_{XY}}{S_X S_Y} = -1$$

poiché $|r_{XY}| = 1$ esiste una relazione lineare che lega le quantità X e Y, ovvero $Y = AX + B$.

I valori stimati dai dati del campione per A e B risultano:

$$\check{A} = \frac{S_{XY}}{S_X^2} = -1,61$$

$$\check{B} = \bar{Y} - \check{A}\bar{X} = 8,64$$

Pertanto la retta di regressione risulta

$$Y = -1,61\,X + 8,64$$