ES. 1

1

1	6 8 7 8 8 6 7
2	1 3 2 3 0 3 2 2 9 4 6 0 6 7 8
3	0 4 8 3 4 4 8 5 3 8 5 6 8 9 1 2 2
4	9 9 5 5 4 1 4 6 0
5	5 1

riordinando

1	6 6 7 7 8 8 8
2	0 0 1 2 2 2 3 3 3 4 6 6 7 8 9
3	0 1 2 2 3 3 4 4 4 5 5 6 8 8 8 8 9
4	0 1 4 4 5 5 6 9 9
5	1 5

$$\hat{x} = \frac{\hat{x}_{\frac{N}{2}} + \hat{x}_{\frac{N}{2}+1}}{2} = \frac{\hat{x}_{25} + \hat{x}_{26}}{2} = 32,0$$

$$\bar{x} = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} x_i = 31,5$$

$$S_x^2 = \frac{1}{49} \sum_{i=1}^{50} (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{49} \left\{ \sum_{i=1}^{50} x_i^2 - 50 \bar{x}^2 \right\} = 109,32$$

$$S_x = \sqrt{S_x^2} = 10,46$$

(2)

$A_{-2} = (-\infty ; \bar{x} - S_x] = (-\infty ; 21{,}04]$

$A_{-1} = (\bar{x} - S_x ; \bar{x}] = (21{,}04 ; 31{,}5]$

$A_{1} = (\bar{x} ; \bar{x} + S_x] = (31{,}5 ; 41{,}96]$

$A_{2} = (\bar{x} + S_x ; +\infty) = (41{,}96 ; +\infty)$

$O_{-2} = 10 \; ; \; O_{-1} = 14 \; ; \; O_{1} = 17 \; ; \; O_{2} = 9$

$E_{-2} = E_{2} = 50 \cdot 0{,}16 = 8$

$E_{-1} = E_{1} = 50 \cdot 0{,}34 = 17$

$$\bar{\chi}^2 = \sum_{k=-2}^{2} \frac{(O_k - E_k)^2}{E_k} = \frac{(10-8)^2}{8} + \frac{(14-17)^2}{17} + \frac{(17-17)^2}{17} + \frac{(9-8)^2}{8} =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{9}{17} + 0 + \frac{1}{8} = 1{,}16 > 1$$

Poiché $\bar{\chi}^2 > 1$ i dati del campione non verificano l'ipotesi che le misure della quantità X seguano la distribuzione gaussiana di parametri $\mu = \bar{x}$ e $\sigma = S_x$, secondo il test del χ^2-semplificato.

ES. 2

X	Y
3,3	4,0
6,6	3,3
10,0	3,0
13,3	2,9
16,6	2,8
20,0	2,6
23,3	2,3
26,6	2,3
30,0	2,3
33,3	2,2

$$\bar{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = 18,3$$

$$\bar{Y} = 2,77$$

$$S_X^2 = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 101,93$$

$$S_Y^2 = 0,32$$

$$S_X = \sqrt{S_X^2} = 10,10$$

$$S_Y = 0,57$$

$$S_{XY} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = -5,32$$

$$r_{XY} = \frac{S_{XY}}{S_X S_Y} = -0,93$$

Poiché $|r_{xy}| \simeq 1$ è plausibile che esista una relazione lineare che lega le quantità X e Y, ovvero $Y = AX + B$. (4)

I valori stimati dai dati del campione per A e B risultano:

$$\check{A} = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = -0,05$$

$$\check{B} = \bar{y} - \check{A}\bar{x} = 3,72$$

Pertanto la retta di regressione risulta:

$$Y = -0,05X + 3,72$$