ES. 1

1

1	8 4 8 9 1 8 6 7
2	5 8 2 2 0 8 5 8 9 3 0 9 4 6 0 8 3 6 7
3	3 4 9 4 6 1 0 7 3 0 8 7 5 8 1 2 2 7
4	2 0 1 4 0

Riordinando

1	1 4 6 7 8 8 8 9
2	0 0 0 2 2 3 3 4 5 5 6 6 7 8 8 8 8 9 9
3	0 0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 6 7 7 7 8 8 9
4	0 0 1 2 4

$$\hat{x} = \frac{\hat{x}_{\frac{N}{2}} + \hat{x}_{\frac{N}{2}+1}}{2} = \frac{28+29}{2} = 28,5$$

$$\bar{x} = \frac{1}{50}\sum_{i=1}^{50} x_i = \frac{1}{50}\sum_{i=1}^{50} \hat{x}_i = 28,56$$

$$S_x^2 = \frac{1}{49}\sum_{i=1}^{50}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{49}\left[\sum_{i=1}^{50} x_i^2 - 50\bar{x}^2\right] =$$

$$= 66,13$$

$$S_x = \sqrt{S_x^2} = 8,13$$

/

$A_{-2} = (-\infty ; \bar{x} - S_x] = (-\infty ; 20{,}43]$ ②

$A_{-1} = (\bar{x} - S_x ; \bar{x}] = (20{,}43 ; 28{,}56]$

$A_1 = (\bar{x} ; \bar{x} + S_x] = (28{,}56 ; 36{,}69]$

$A_2 = (\bar{x} + S_x ; +\infty) = (36{,}69 ; +\infty)$

$O_{-2} = 11$; $O_{-1} = 14$; $O_1 = 14$; $O_2 = 1$

$E_{-2} = E_2 = 50 \cdot 0{,}16 = 8$

$E_{-1} = E_1 = 50 \cdot 0{,}34 = 17$

$$\bar{\chi}^2 = \sum_{k=-2}^{2} \frac{(O_k - E_k)^2}{E_k}$$

Poiché in questo caso $O_{-2} = O_2$ e

$O_{-1} = O_1$

$$\bar{\chi}^2 = 2\left[\sum_{k=1}^{2} \frac{(O_k - E_k)^2}{E_k}\right] = 2\left[\frac{(11-8)^2}{8} + \frac{(17-14)^2}{17}\right] =$$

$$= 2\left[\frac{9}{8} + \frac{9}{17}\right] = 3{,}31 > 1$$

Poiché $\tilde{\chi}^2 > 1$ i dati del campione non verificano l'ipotesi che le misure della quantità X seguano la distribuzione gaussiana di parametri $\mu = \bar{x}$ e $\sigma = s_x$, secondo il test del χ^2 semplificato.

Notiamo che il fatto che $\tilde{\chi}^2$ risultasse maggiore di 1 si poteva evincere dal fatto che uno dei termini della somma che ne rappresenta l'espressione, ovvero $\frac{(11-8)^2}{8} = \frac{9}{8}$, è maggiore di 1.

Pertanto sarebbe bastato notare questo per rispondere al quesito senza svolgere ulteriori calcoli.

ES. 2

X	Y
0,0	10,0
0,5	10,0
1,0	10,5
1,5	11,0
2,0	11,0
2,5	11,5
3,0	12,0
3,5	12,5
4,0	12,0
4,5	12,5

$$\bar{x} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = 2,25$$

$$S_x^2 = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 2,29$$

$$S_x = \sqrt{S_x^2} = 1,51$$

$$\bar{y} = 11,30$$

$$S_y^2 = 0,90$$

$$S_y = 0,95$$

$$S_{xy} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 1,39$$

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} = 0,97$$

Poiché $|r_{xy}| \simeq 1$ è plausibile che esista una relazione lineare che lega le quantità X e Y, ovvero

$$Y = AX + B$$

I valori stimati dai dati del campione per A e B risultano:

$$\check{A} = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = 0,61$$

$$\check{B} = \bar{y} - \check{A}\bar{x} = 9,94$$

Pertanto la retta di regressione risulta:

$$Y = 0,61\,X + 9,94$$