

Università della Calabria
Corso di Laurea in Ingegneria A.A. 2020-2021

Algebra Lineare e Geometria

L. Paladino

Foglio di esercizi n. 7

7.1. Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ rappresentata dalla matrice

$$f = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Trovare f^{-1} .

7.2. Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ rappresentata dalla matrice

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Dire se f è un isomorfismo e trovare la matrice che rappresenta f^{-1} .

6.3. Per quali valori di $h, k \in \mathbb{R}$, l'applicazione lineare definita dalla matrice è un isomorfismo?

$$A_h = \begin{pmatrix} h-1 & 0 & h-1 \\ 0 & 1 & k-1 \\ h & 1-k & h-1 \end{pmatrix}.$$

Per $k = 2$ e $h = 1$ calcolare una base e la dimensione di $\text{Im}T$ e di $\text{Ker}T$.

6.4 Al variare di $k \in \mathbb{R}$, sia $f_k : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare associata alla seguente matrice:

$$A_k = \begin{pmatrix} k-1 & 2-2k & -1 & 1 \\ k-1 & k-1 & 1 & 2 \\ k-1 & 0 & k & 0 \end{pmatrix}$$

a) Al variare di $k \in \mathbb{R}$, dire se f_k è iniettiva, suriettiva, biiettiva. Al variare di $k \in \mathbb{R}$, calcolare la dimensione e una base dell'immagine di f_k .

b) Per $k = 1$, calcolare una base e la dimensione di $\text{Ker} f_0$.

6.5 Al variare di $k \in \mathbb{R}$, sia $f_k : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare associata alla seguente matrice:

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ k & k & 0 \\ 0 & 0 & k-2 \\ 0 & k^2-4 & 2k-4 \end{pmatrix}$$

a) Al variare di $k \in \mathbb{R}$, dire se f_k è iniettiva, suriettiva, biiettiva. Al variare di $k \in \mathbb{R}$, calcolare la dimensione e una base di $\text{ker} f_k$.

b) Per $k = 0$, calcolare una base e la dimensione di $\text{Ker} f_0$ e di $\text{Im} f_0$.

c) Per $k = 2$, calcolare una base e la dimensione di $\text{Ker} f_{-3}$ e di $\text{Im} f_{-3}$.

6.6 Al variare di $k \in \mathbb{R}$, sia $f_k : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare associata alla seguente matrice:

$$A_k = \begin{pmatrix} k & -2k \\ -2k & 4k \\ 0 & 0 \\ -k & 2k \end{pmatrix}$$

a) Al variare di $k \in \mathbb{R}$, dire se f_k è iniettiva, suriettiva, biiettiva. Al variare di $k \in \mathbb{R}$, calcolare la dimensione e una base di $\text{Im} f_k$.

b) Per $k = 0$, calcolare una base e la dimensione di $\text{Ker} f_0$ e di $\text{Im} f_0$.

c) Per $k = 1$, calcolare una base e la dimensione di $\text{Ker } f_1$ e di $\text{Im } f_1$.

6.7 Al variare di $k \in \mathbb{R}$, sia $f_k : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$ l'applicazione lineare associata alla seguente matrice:

$$A_k = \begin{pmatrix} 2 & k & 1 & k-1 \\ k-1 & 1 & 1 & k^2-3 \end{pmatrix}$$

- a) Al variare di $k \in \mathbb{R}$, dire se f_k è iniettiva, suriettiva, biiettiva. Al variare di $k \in \mathbb{R}$, calcolare la dimensione e una base di $\text{Im } f_k$ e di $\text{ker } f_k$.
- b) Qual è una base e la dimensione di $\text{Ker } f_2$ e di $\text{Im } f_2$? E di $\text{Ker } f_1$ e di $\text{Im } f_1$?