

A.A. 2013/2014

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Algebra Lineare e Geometria

Esame scritto del 17-06-2014

Primo esercizio. Sia $h \in \mathbb{R}$ e sia $T_k : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da

$$\begin{pmatrix} k & 0 & 0 & 0 \\ 2k & k & -k & k-1 \\ k & 1 & -1 & -1 \\ 2k & 2 & -1 & k-1 \end{pmatrix}.$$

- a) Al variare di k in \mathbb{R} , descrivere il nucleo e l'immagine di T_k , in particolare dicendo qual è la loro dimensione come sottospazi vettoriali e trovando una loro base.
- b) Al variare di k in \mathbb{R} , discutere il numero di soluzioni del sistema lineare $T_k X = B$, dove $X = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ e $B = (1, 0, 0, -1)$.

Secondo esercizio. Trovare autovalori, autovettori e autospazi della matrice

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Trovare autovalori, autovettori e autospazi di A . Dire se A è diagonalizzabile e in caso affermativo diagonalizzarla. In particolare scrivere, se esiste, una base b diagonalizzante per A e scrivere le matrici che danno i cambiamenti di coordinate tra b e la base canonica di \mathbb{R}^3 . La matrice A è simmetrica?

Terzo esercizio.

- a) Scrivere la retta r che passa per $P_1 = (1, 0, 2)$ e $P_2 = (-1, 3, 4)$. Trovare il fascio \mathfrak{F} di rette parallele a r .
- b) Trovare il piano π ortogonale a r e passante per $P_3 = (-1, 1, -2)$. Il piano trovato passa per $(1, 1, 4)$? Scrivere il fascio \mathcal{F} di piani paralleli al piano $\pi_1 : 2x + 3y - z = 2$. Determinare il piano $\pi_2 \in \mathcal{F}$ che passa per $(-1, 1, 1)$. Il piano π_2 passa per $(0, 0, 0)$?
- c) Trovare la distanza tra r e il punto $P_4 = (1, 3, -1)$.