

Corso di Laurea in Matematica
Geometria proiettiva, curve e superfici

Foglio di esercizi 2

2.1. Per ogni quadrica di \mathbb{R}^3 dire di quale tipo affine si tratta. Immergere la figura in $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, dire di quale tipo proiettivo si tratta e trovare i punti impropri rispetto all'immersione fatta.

a) $z^2 - xy - yz - x - y - 3 = 0$;

b) $z^2 + y^2 - xz - yz - x - 3 = 0$;

c) $x^2 + y^2 - xz - yz - x - 3 = 0$;

d) $x^2 + 2y^2 - xz - yz - x - 3 = 0$;

e) $xy + yz = 3$;

f) $xy + x = -2$;

g) $xy + yz + xz = 0$;

h) $x^2 + y^2 + xy - 3z^2 - 2z - 5 = 0$.

i) $x^2 - 2z^2 + x + 2 = 0$.

2.2. Disegnare le seguenti quadriche in \mathbb{R}^3 .

i) $4x^2 + y^2 + z^2 = 4$;

ii) $9x^2 + z^2 - y = 0$;

iii) $y^2 - x^2 + z^2 - 1 = 0$;

iv) $4x^2 + 4y^2 - z^2 - 1 = 0$;

- v) $y^2 - 2y + z^2 + x^2 = 1$;
- vi) $2x^2 + y^2 - z^2 = 0$;
- vii) $x^2 - y^2 - z = 0$;
- viii) $-4x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$;
- ix) $9x^2 - y^2 + 9z^2 + 1 = 0$;
- x) $z^2 + 9y^2 = 4$;
- xi) $z^2 + x = 4$;
- xii) $xy = 1$.

2.3. Scrivere le seguenti quadriche di $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$ in forma canonica.

- a) $x_0^2 + 4x_3^2 - x_2^2 + x_1x_2 = 0$;
- b) $x_0x_1 + x_1x_2 = 0$;
- c) $x_0x_1 + x_2^2 + x_2x_3 = 0$;
- d) $x_0^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + x_2x_3 + x_0x_1 = 0$;
- e) $x_0^2 + 3x_1^2 + 2x_2^2 = 0$;
- f) $x_0^2 - x_3^2 + 12x_0x_1 = 0$;
- g) $5x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 + 3x_2x_3 = 0$;
- h) $x_0x_1 + x_1x_2 + x_2x_3 = 0$.

2.4. Scrivere le seguenti quadriche di $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$ in forma canonica.

- a) $x_0^2 + 4x_3^2 - x_2^2 + x_1x_2 = 0$;
- b) $x_0x_1 - x_1x_2 = 0$;
- c) $x_0x_1 - 3x_2^2 = 0$;

d) $ix_0^2 + 2ix_1^2 + \sqrt{3}x_2^2 = 0;$

e) $5x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 + 3x_2x_3 = 0;$

f) $x_0x_1 - ix_1x_2 + x_2x_3 = 0.$

2.5. Scrivere le seguenti quadriche di \mathbb{C}^3 in forma canonica.

a) $xy = i;$

b) $ixy = 0;$

c) $x^2 + ix + y^2 - z^2 + 2z = 0;$

d) $x^2 - y^2 + z^2 + 2x = 0;$

e) $x^2 + xy + z^2 - xz - x = 0;$

f) $18x^2 + 6xy - iy^2 - yz - 2 = 0.$

g) $x^2 - y^2 - z - 3i + 2 = 0.$