

**Corso di Laurea in Scienze Geologiche**

**Corso di Matematica**

L. Paladino

**Foglio di esercizi n. 1**

Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni:

1)  $\sin x + 1 = 0$ ;

2)  $\sin^2 x - 1 = 0$ ;

3)  $2 \cos x - 1 \leq 0$ ;

4)  $\tan x \leq \frac{\sqrt{3}}{3}$ ;

5)  $2 \sin^2 x + \cos x - 2 = 0$ ;

6)  $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$ ;

7)  $5 \sin x - \sin^2 x - 4 > 0$

8)  $\tan x \leq 2$ ;

9)  $4 \sin x + 3 \cos^2 x + 2 = 0$ ;

10)  $\cos^2 x + \cos x + 1 = 0$ ;

11)  $\sin x - 2 \leq 0$ ;

12)  $\cos^2 x - 1 \geq 0$ ;

13)  $2 \sin x - 1 \geq 0$ ;

14)  $\tan x = \sqrt{3}$ ;

15)  $2 \sin^2 x + \cos x - 2 = 0$ ;

- 16)  $\sin^2 x + 2 \sin x + 1 \leq 0$ ;  
17)  $5 \cos^2 x - 3 \cos x + 3 > 0$   
18)  $\tan^2 x + \tan x \leq 0$ ;  
19)  $4 \sin^2 x + 3 \sin x + 2 = 0$ ;  
20)  $\cos^2 x + \sin x + 1 = 0$ ;  
21)  $\sin 2x + 2 \sin x = 0$ ;  
22)  $\cos 3x - \cos^3 x = 0$ ;  
23)  $-\sin x + \sin^2 x + 2 = 0$ ;  
24)  $2 \cos^2 x + \cos x - 2 = 0$ ;  
25)  $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$ ;  
26)  $5 \sin x - 3 > 0$   
27)  $\tan x \leq 2$ ;  
28)  $4 \cos x + 3 \cos^2 x + 2 = 0$ .

Risolvere i seguenti esercizi:

- 29) Una montagna che ha la forma di un triangolo isoscele, si stende per una lunghezza di 1500 m e ha una pendenza di  $30^\circ$ . Calcolare l'altezza della montagna.
- 30) Una montagna che ha la forma di un triangolo rettangolo si estende per una lunghezza di 1300m. Calcolare la sua altezza, sapendo che la pendenza è di  $60^\circ$ .
- 31) Calcolare le coordinate cartesiane  $(x, y, z)$  di un punto geografico che si trova ad una latitudine di  $60^\circ$  e una longitudine di  $30^\circ$ , prendendo come ellissoide di riferimento  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ , con  $a \approx 6,37 \cdot 10^6 m$  e  $C \approx 6,35 \cdot 10^6 m$ .

- 32)** Calcolare le coordinate cartesiane  $(x, y, z)$  di un punto geografico che si trova ad una latitudine di  $0^\circ$  e una longitudine di  $45^\circ$ , prendendo come ellissoide di riferimento  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ , con  $a \approx 6,37 \cdot 10^6 m$  e  $C \approx 6,35 \cdot 10^6 m$ .
- 33)** Nello spazio rappresentare i punti  $P_1 = (1, 2, 3)$  e  $P_2 = (-1, 2, 2)$  e calcolarne la distanza.
- 34)** Nello spazio rappresentare i punti  $P_1 = (3, 2, 0)$  e  $P_2 = (-1, -3, 0)$  e calcolarne la distanza.
- 35)** Sull'ellissoide di riferimento  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ , con  $a \approx 6,37 \cdot 10^6 m$  e  $C \approx 6,35 \cdot 10^6 m$ , si trovano i punti  $P_1$  e  $P_2$ . Il punto  $P_1$  è ad una latitudine di  $0^\circ$  e ad una longitudine di  $60^\circ$ . Il punto  $P_2$  è ad una latitudine di  $45^\circ$  e ad una longitudine di  $90^\circ$ . Calcolare la distanza in linea d'aria tra  $P_1$  e  $P_2$ .
- 36)** Sull'ellissoide di riferimento  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ , con  $a \approx 6,37 \cdot 10^6 m$  e  $C \approx 6,35 \cdot 10^6 m$ , si trovano i punti  $P_1$  e  $P_2$ . Il punto  $P_1$  è ad una latitudine di  $30^\circ$  e ad una longitudine di  $0^\circ$ . Il punto  $P_2$  è ad una latitudine di  $45^\circ$  e ad una longitudine di  $30^\circ$ . Calcolare la distanza in linea d'aria tra  $P_1$  e  $P_2$ .

Risolvere i seguenti esercizi:

- 37)** Disegnare l'ellisse di equazione  $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{9} = 1$ .
- 38)** Disegnare l'ellisse di equazione  $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$ .
- 39)** Disegnare l'ellisse di equazione  $4x^2 + 9y^2 = 1$ .
- 40)** Disegnare l'ellisse di equazione  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$ .
- 41)** Disegnare l'ellisse di equazione  $x^2 + \frac{y^2}{25} = 1$ .
- 42)** Disegnare l'ellisse di equazione  $25x^2 + y^2 = 1$ .

- 43) Disegnare l'ellisse di equazione  $x^2 + 25y^2 = 1$ .
- 44) Disegnare l'iperbole di equazione  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ .
- 45) Disegnare l'iperbole di equazione  $\frac{x^2}{8} - y^2 = 1$ .
- 46) Disegnare l'iperbole di equazione  $4x^2 - 9y^2 = 1$ .
- 47) Disegnare l'iperbole di equazione  $\frac{y^2}{8} - \frac{x^2}{2} = 1$ .
- 48) Disegnare l'iperbole di equazione  $\frac{y^2}{9} - x^2 = 1$ .
- 49) Disegnare l'iperbole di equazione  $16y^2 - 4x^2 = 1$ .
- 50) Disegnare l'iperbole di equazione  $y^2 - x^2 = 4$ .
- 51) Disegnare l'iperbole di equazione  $4y^2 - 4x^2 = 1$ .
- 52) Scrivere i punti della circonferenza  $x^2 + y^2 = 4$  in coordinate polari.
- 53) Scrivere i punti dell'ellisse  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$  in coordinate polari.

Risolvere i seguenti esercizi

- 54) Dire se la funzione

$$f : \mathbb{R}_0^+ \longrightarrow [-1, 1]$$

$$x \mapsto \sin x$$

è iniettiva, suriettiva, biiettiva e invertibile. Nel caso sia invertibile, scrivere l'inversa.

- 55) Dire se la funzione

$$f : \mathbb{R}_0^+ \longrightarrow \mathbb{R}_0^+$$

$$x \mapsto x^2$$

è iniettiva, suriettiva, biiettiva e invertibile. Nel caso sia invertibile, scrivere l'inversa.

56) Dire se la funzione

$$\begin{aligned} f : [0, 1] &\longrightarrow [-1, 1] \\ x &\mapsto x^2 \end{aligned}$$

è iniettiva, suriettiva, biiettiva e invertibile. Nel caso sia invertibile, scrivere l'inversa.

57) Dire se la funzione

$$\begin{aligned} f : [-\pi, \pi] &\longrightarrow [-1, 1] \\ x &\mapsto \sin x \end{aligned}$$

è iniettiva, suriettiva, biiettiva e invertibile. Nel caso sia invertibile, scrivere l'inversa.

58) Dire se la funzione

$$\begin{aligned} f : [0, \frac{\pi}{2}] &\longrightarrow [0, 1] \\ x &\mapsto \sin x \end{aligned}$$

è iniettiva, suriettiva, biiettiva e invertibile. Nel caso sia invertibile, scrivere l'inversa.

59) Date le funzioni

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}_0^+ &\longrightarrow \mathbb{R}_0^+ \\ x &\mapsto \cos x \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} g : \mathbb{R}_0^+ &\longrightarrow \mathbb{R}_0^+ \\ x &\mapsto x^2 \end{aligned}$$

calcolare  $g \circ f$ .

60) Date le funzioni

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}_0^+ &\longrightarrow \mathbb{R}_0^+ \\ x &\mapsto x^2 \end{aligned}$$

e

$$g : \mathbb{R}_0^+ \longrightarrow \mathbb{R}_0^+ \\ x \mapsto \cos x$$

calcolare  $g \circ f$ .

**61)** Date le funzioni

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x^2$$

e

$$g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \cos x$$

è possibile calcolare  $g \circ f$ ?

**62)** Nell'espressione  $g(f(x)) := 2^{\sqrt{x}}$ , qual è la funzione  $f$  e qual è la funzione  $g$ ?

**63)** Nell'espressione  $g(f(x)) := \sqrt{\log x}$ , qual è la funzione  $f$  e qual è la funzione  $g$ ?

**64)** Nell'espressione  $h(g(f(x))) := \log^2 \sqrt{x}$ , cosa sono le funzioni  $f$ ,  $g$  e  $h$ ?

**65)** Nell'espressione  $h(g(f(x))) := \sqrt{\log^2 x}$ , cosa sono le funzioni  $f$ ,  $g$  e  $h$ ?