Corso di Laurea in Scienze Geologiche

Corso di Matematica

L. Paladino

Foglio di esercizi n. 4

Risolvere i seguenti limiti.

1) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{1-\cos x}{x^2}$;

2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\tan\dfrac{3x}{2}}{x}$;

3) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\tan\dfrac{2x}{5}}{x^2}$;

4) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+}\frac{x^6-2}{x}$;

5) $\displaystyle\lim_{x\to 1^-}\frac{x^3}{x^2-1}$;

6) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x^2}{\sqrt{3x^2}}$;

7) $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\sin|x|$;

8) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}(1+\frac{3}{x})^{3x}$;

9) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}(1+\frac{2}{x^2})^{x}$;

10) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^{x^2}}{x}$;

11) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\log(x^2 + 1)}{\sqrt{x}}$;

12) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\log(x^2 + 1)}{\sqrt{x^2}}$;

13) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\log(x - 1)}{\sqrt{x - 2}}$;

14) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{e^{x^2} - e^4}{x - 2}$;

15) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{1}{2} \dfrac{e^{x-1} - 1}{x - 1}$;

16) $\lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{\sqrt{x - 3}}{\sqrt{x^2 - 5} - 2}$;

17) $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{3 - x} - \sqrt{-x}$;

18) $\lim\limits_{x \to 2} \sqrt[4]{\dfrac{x + 2}{x}}$;

19) $\lim\limits_{x \to -2} \sqrt[4]{\dfrac{x + 2}{x^2}}$;

20) $\lim\limits_{x \to +\infty} (1 + \dfrac{1}{e^x})^{e^x}$;

21) $\lim\limits_{x \to +\infty} (1 + \dfrac{1}{e^x})^x$;

22) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\arcsin 2x}{x}$;

23) $\lim\limits_{x \to 1} \arctan x$;

24) $\lim\limits_{x \to -1} \arctan |x|$;

25) $\lim\limits_{x \to 1} \arctan(-x)$;

26) $\displaystyle\lim_{x \to 1^-} \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$;

27) $\displaystyle\lim_{x \to 1} \frac{\log x}{x-1} + \frac{x-6}{x+2}\frac{\sin x}{3x}$;

28) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} x^2(1 - \cos\frac{1}{x})$;

29) $\displaystyle\lim_{+\infty} x(e^{\frac{1}{x}} - 1))$;

30) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \cos\left(\frac{\sin x}{x}\right))$;

31) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\sin(\sin x)}{x}$;

32) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{\log x}{x^6}$;

33) $\displaystyle\lim_{x \to 1^+} (x-1)\log(x-1)$;

34) $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{x}$;

35) $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$;

36) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} x^2\left(1 - \cos\frac{1}{x}\right)$;

37) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} x - \log x$;

38) $\displaystyle\lim_{x \to 1} e^{x^2 + 2x} + \log x - 6x + x^2$;

39) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 + 1}$;

40) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} x\sin(\frac{x}{2})\cos(\frac{x}{2})$.

Calcolare, se esistono, il limite destro e il limite sinistro delle seguenti funzioni f nel punto di accumulazione x_0 assegnato. Dire se f ammette limite per x tendente a x_0.

51) $f(x) = x^3$, $\qquad x_0 = -1$;

52) $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$, $\qquad x_0 = -1$;

53) $f(x) = \dfrac{x^2-1}{x-5}$, $\qquad x_0 = 5$;

54) $f(x) = \dfrac{x-2}{x^3-8}$, $\qquad x_0 = 2$;

55) $f(x) = \log(x^2-1)$, $\qquad x_0 = 1$;

56) $f(x) = \log(x-3)$, $\qquad x_0 = 3$;

57) $f(x) = \log|x+1|$, $\qquad x_0 = -1$;

58) $f(x) = \log(x^3+1)$, $\qquad x_0 = -1$;

59) $f(x) = \sin x$, $\qquad x_0 = \frac{\pi}{3}$;

60) $f(x) = \sqrt{x-2}$, $\qquad x_0 = 2$;

61) $f(x) = \sqrt{2-x})$, $\qquad x_0 = 2$;

62) $f(x) = \log(x^2-1)$, $\qquad x_0 = 1$;

63) $f(x) = |\frac{x-1}{x+1}|$, $\qquad x_0 = -1$;

64) $f(x) = \dfrac{x^4+2}{x^2}$, $\qquad x_0 = 0$;

65) $f(x) = \dfrac{(x-1)^2}{x^2-3}$, $\qquad x_0 = 3$;

66) $f(x) = \sqrt[3]{x})$, $\qquad x_0 = 0$;

67) $f(x) = 2^x$, $\qquad x_0 = 2$;

68) $f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \geq 0 \\ x^2, & -3 \leq x \leq 0 \end{cases}$ $\quad ; \qquad x_0 = 0$;

69) $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ |\sin x| < 0, & x < 0 \end{cases}$; $\qquad x_0 = 0;$

70)

44) $f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \geq 1 \\ 0, & -1 \leq x < 1 \\ -x - 1, & x < -1 \end{cases}$; $\qquad x_0 = 1;$

71)

44) $f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \geq 1 \\ 0, & -1 \leq x < 1 \\ -x - 1, & x < -1 \end{cases}$; $\qquad x_0 = -1;$

72) $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x \geq 0 \\ 1, & -2 < x < 0 \\ -3 & x \leq -2 \end{cases}$; $\qquad x_0 = -2;$

73) $f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 1 \\ 2, & -3 < x < 1 \\ 1 & x \leq -3 \end{cases}$; $\qquad x_0 = -3;$

74) $f(x) = \dfrac{1 - x^2}{x^2 - 4},$ $\qquad x_0 = 2;$

75) $f(x) = -\log|x|,$ $\qquad x_0 = 0.$

Per ciascuna delle seguenti funzioni determinare il dominio, il segno, gli asintoti e le intersezioni con gli assi coordinati.

76) $f(x) = \log(x - 2);$

77) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 - 1}};$

78) $f(x) = \dfrac{\sqrt[4]{x^2 + 1}}{x^2};$

79) $f(x) = \sin 2x;$

80) $f(x) = \dfrac{3x + 1}{\sqrt{2x - 1}};$

81) $f(x) = \dfrac{4x^2 - 1}{\sqrt{x + 2}}$;

82) $f(x) = \dfrac{3x^3 + 3}{\sqrt{x + 1}}$;

83) $f(x) = e^{x^2 - 1}$;

84) $f(x) = 2x \log x$;

85) $f(x) = x + \sqrt{x}$;

86) $f(x) = x - \sqrt{x}$;

87) $f(x) = x^4 + 16x + 16$;

88) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$;

89) $f(x) = \sqrt{x^2 - 1} + 2$;

90) $f(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x^2 - 1}}}{\sqrt{x^2 - 1}}$.

Per ciascuna delle funzioni del foglio di esercizi n. 2, di seguito nuovamente elencate, determinare gli asintoti e le intersezioni con gli assi coordinati.

1) $f(x) = x^2 + 7x + 6$;

2) $f(x) = x^2 - 4x + 4$;

3) $f(x) = 7x^2 - 6x + 2$;

4) $f(x) = -x^2 + 2x - 1$;

5) $f(x) = \dfrac{x - 1}{x}$;

6) $f(x) = \dfrac{x^2 + 5}{x - 2}$;

7) $f(x) = \dfrac{x^2 - 12x}{x^3 + 8}$;

8) $f(x) = x^3 - 7x + 6$;

9) $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$;

10) $f(x) = x^4 + 13x + 36$;

11) $f(x) = \dfrac{x - 2}{x^2 - 3x + 2}$;

12) $f(x) = e^{x-1}$;

13) $f(x) = \log(x^2 + 1)$;

14) $f(x) = \log(x - 2)$;

15) $f(x) = \log(x) + \log(x + 3)$;

16) $f(x) = e^{x^2 - 4} \log(x^2 - 3)$;

17) $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$;

18) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 - 4x}}{x + 1}$;

19) $f(x) = \dfrac{e^{\sqrt{2x}}}{x^2 + 6x + 8}$;

20) $f(x) = \dfrac{\log \sqrt{2x + 1}}{x^2 - x - 5}$;

21) $f(x) = \sqrt{\dfrac{\log x}{x + 2}}$;

22) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2 - 4x + 4}{x - 3}}$;

23) $f(x) = \sqrt{e^{\sqrt{x}} x^2}$;

24) $f(x) = \sin(4x - 4)$;

25) $f(x) = \cos(2x + 2)$;

26) $f(x) = \tan(\frac{x}{2})$;

27) $f(x) = \dfrac{\sin x}{x^2}$;

28) $f(x) = \dfrac{\cos^2 x}{x}$;

29) $f(x) = |x - 3|$;

30) $f(x) = \dfrac{|x - 2|}{x + 5}$;

31) $f(x) = \dfrac{|\sin x|}{x}$;

32) $f(x) = \dfrac{|\log(x + 1)|}{x + 1}$;

33) $f(x) = \dfrac{\log(x - 2)}{x - 2}$;

34) $f(x) = \dfrac{e^{x+3}}{|x + 3|}$;

35) $f(x) = \dfrac{e^{x^3}\sqrt{x^2 - 1}\log(x^2 + 2)}{|x|(x^2 + 1)(x^2 - 4)}$;

36) $f(x) = |\cos x|$;

37) $f(x) = |\tan x|$;

38) $f(x) = x^2 - x - 5$;

39) $f(x) = x - 2$;

40) $f(x) = -x^2 + x - 4$;

41) $f(x) = -x + \frac{1}{2}$;

42) $f(x) = e^{|x|}$;

43) $f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \geq 0 \\ -x^2 + 1, & x < 0 \end{cases}$;

44) $f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \geq 1 \\ 0, & -1 \leq x < 1 \\ -x - 1, & x < -1 \end{cases}$;

45) $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x \geq 0 \\ 1, & -2 < x < 0 \\ -3 & x \leq -2 \end{cases}$;

46) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \geq 0 \\ x + 1, & -3 \leq x < 0 \\ -2 & x < -3 \end{cases}$;

47) $f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \geq 0 \\ x^2, & -3 \leq x \leq 0 \end{cases}$;

48) $f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 1 \\ 0, & -1 \leq x < 1 \\ -1 & x < -1 \end{cases}$;

49) $f(x) = \begin{cases} 0, & x \geq 0 \\ |\sin x| < 0, & x < 0 \end{cases}$;

50) $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ |\sin x| < 0, & x < 0 \end{cases}$.