

Corso di Laurea in Scienze Geologiche

Corso di Matematica

L. Paladino

Foglio di esercizi n. 9

Risolvere i seguenti problemi di Cauchy.

$$1) f(x) = \begin{cases} \frac{y'}{y} = \frac{\log x}{x} \\ y(0) = 1 \end{cases} ;$$

$$2) f(x) = \begin{cases} \frac{y'}{y^3} = -x \\ y(1) = -1 \end{cases} ;$$

$$3) f(x) = \begin{cases} y' = e^x \sqrt{9 - \pi^2 y^2} \\ y(0) = 0 \end{cases} ;$$

$$4) f(x) = \begin{cases} y' = \sqrt{9 - 4x^2} \\ y(0) = -\pi \end{cases} ;$$

$$5) f(x) = \begin{cases} y' = -2xy - x^2 e^{-x^2} \cos x \\ y(0) = 1 \end{cases} ;$$

$$6) f(x) = \begin{cases} y' = \frac{1}{x} - 2\frac{y}{x} \\ y(e) = e \end{cases} ;$$

$$7) f(x) = \begin{cases} y' = \frac{1}{x^3} - 2\frac{y}{x} \\ y(1) = \sqrt{e} \end{cases} ;$$

$$8) f(x) = \begin{cases} y' = e^{\sin x} \cos x - \cos xy \\ y(\frac{\pi}{6}) = e \end{cases} .$$

Considerare le seguenti sequenze di dati statistici e stabilirne la media aritmetica, la mediana, la moda, lo scarto quadratico medio, la deviazione standard, il coefficiente di variazione e l'intervallo di variabilità.

9) $[-2, -3, -4, 6, -1, 8, 10, 12, 3, 4, 3, 12, 4];$

10) $[0, -3, -1, 5, -1, 9, 13, 5, 3, 5, 3, 12, 5, 1];$

11) $[0, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 0];$

12) $[\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{2}].$

Risolvere i seguenti esercizi di statistica.

13) Uno studente universitario sostiene alcuni esami riportando le seguenti votazioni:

materia	voto	crediti
Scienze della terra	28	6 crediti
Matematica	26	12 crediti
Chimica	23	9 crediti
Fisica	23	6 crediti

Calcolare la media dello studente, scrivere tale media in centodecimi e calcolare la media ponderata nel caso in cui ciascun voto abbia il peso dato dal numero di crediti del rispettivo esame.

- 14) Uno studente universitario sostiene alcuni esami riportando le seguenti votazioni:

materia	voto	crediti
Scienze della terra	24	6 crediti
Matematica	30	12 crediti
Chimica	27	9 crediti
Fisica	23	6 crediti

Calcolare la media dello studente, scrivere tale media in centodecimi e calcolare la media ponderata nel caso in cui ciascun voto abbia il peso dato dal numero di crediti del rispettivo esame.

- 15) Uno studente universitario sostiene alcuni esami riportando le seguenti votazioni:

materia	voto	crediti
Scienze della terra	26	6 crediti
Matematica	20	12 crediti
Chimica	21	9 crediti
Fisica	25	6 crediti

Calcolare la media dello studente, scrivere tale media in centodecimi e calcolare la media ponderata nel caso in cui ciascun voto abbia il peso dato dal numero di crediti del rispettivo esame.

Risolvere i seguenti esercizi di statistica.

- 16) In una gara olimpica di tuffi, un atleta riporta i seguenti punteggi per uno dei tuffi eseguiti:

Nazionalità del giudice	voto
Germania	7.5
Italia	8
Spagna	6.5
Gran Bretagna	8.5
Francia	7.5
Paesi Bassi	7
USA	8
Cina	7.5

Calcolare la media aritmetica dei voti riportati. Dire qual è il voto finale ottenuto per il tuffo, calcolando la media ponderata che si ottiene dando peso zero al voto più alto e a quello più basso (approssimare il dato alla prima cifra decimale). Qual è la moda dei voti? È indicativa del voto finale?

- 17) In una gara olimpica di tuffi, un atleta riporta i seguenti punteggi per uno dei tuffi eseguiti:

Nazionalità del giudice	voto
Germania	6
Italia	7
Spagna	7.5
Gran Bretagna	8
Francia	6.5
Paesi Bassi	9
USA	7
Cina	8

Calcolare la media aritmetica dei voti riportati. Dire qual è il voto finale ottenuto per il tuffo, calcolando la media ponderata che si ottiene dando peso zero al voto più alto e a quello più basso (approssimare il dato alla prima cifra decimale). Qual è la moda dei voti? È indicativa del voto finale?

- 18) In una gara olimpica di tuffi, un atleta riporta i seguenti punteggi per uno dei tuffi eseguiti:

Nazionalità del giudice	voto
Germania	9
Italia	8
Spagna	10
Gran Bretagna	9.5
Francia	10
Paesi Bassi	9
USA	9.5
Cina	8.5

Calcolare la media aritmetica dei voti riportati. Dire qual è il voto finale ottenuto per il tuffo, calcolando la media ponderata che si ottiene dando peso zero al voto più alto e a quello più basso (approssimare il dato alla prima cifra decimale). Qual è la moda dei voti? È indicativa del voto finale?

Dati i seguenti insiemi di coppie di dati statistici, calcolarne la varianza, la covarianza e la retta di regressione. Rappresentare i dati e la retta trovata in un piano cartesiano.

19) $\{(2, 3), (-1, 1), (1, 0), (-2, 2), (4, 4), (6, 3), (7, 7), (7, 8)\};$

20) $\{(1, 1), (-1, -1), (0, 0), (-2, 3), (1, 4), (6, 2), (7, 6), (7, 7), (0, 2), (1, -4)\};$

21) $\{(1, 0), (0, 1), (7, -1), (-1, 0), (1, 2), (-2, 2), (-2, 3), (6, 5), (1, 4), (-1, 4)\}.$

Risolvere il seguente esercizio di statistica applicata alla geologia.

22) Negli ultimi 200-300 anni, dalla rivoluzione industriale in poi, c'è stato un notevole aumento di anidride carbonica nell'aria. La quantità di anidride carbonica è stata tra le 170 e le 280 ppt (=parti per milione; $1 \text{ ppt} = 1/1000000 = 1 \cdot 10^{-6}$; $1 \text{ ppt} = 1 \text{ mg/kg} = 1 \text{ mg/l} = 1 \text{ mg/dm}^3$) fino al 1850 circa. Invece successivamente tale quantità è cresciuta, fino

ad arrivare ad una concentrazione di 400 ppt nel 2015 e di 403,3 ppt nel 2016. Considerando la seguente tabella di dati reali (seppur in alcuni casi approssimati o semplificati), calcolare la varianza $Var(x_i)$, la covarianza $Covar(x_i, y_i)$ e una spezzata che descriva l'andamento dei dati, formata da due segmenti di due rette di regressione, la prima relativa ai primi 9 dati e la seconda relativa ai dati restanti. Rappresentare il tutto in un diagramma cartesiano.

x = anno	y = concentrazione di CO ₂
-200000	170
-150000	175
-100000	265
-50000	260
-10000	280
-5000	270
-2000	280
-1000	275
1960	310
1969	320
1980	340
1990	350
2000	370
2010	380
2015	400
2016	405

Risolvere i seguenti esercizi di calcolo delle probabilità.

- 23)** Qual è la probabilità di estrarre un 10 da un mazzo di carte napoletane? Esprimere la probabilità trovata in percentuale. Rappresentare tale percentuale in un diagramma a torta.
- 24)** Qual è la probabilità di estrarre una carta maggiore di 6 da un mazzo di carte napoletane? Esprimere la probabilità trovata in percentuale. Rappresentare tale percentuale in un diagramma a torta.

- 25) Qual è la probabilità di estrarre un 10 e successivamente un nove da un mazzo di carte napoletane? Esprimere la probabilità trovata in percentuale.
- 26) Qual è la probabilità di estrarre un 2 e successivamente un altro 2 da un mazzo di carte napoletane? Esprimere la probabilità trovata in percentuale. Rappresentare tale percentuale in un diagramma a torta.
- 27) Qual è la probabilità che lanciando un dado esca un sei? Esprimere la probabilità trovata in percentuale. Rappresentare tale percentuale in un diagramma a torta.
- 28) Qual è la probabilità che lanciando un dado esca un numero pari? Esprimere la probabilità trovata in percentuale. Rappresentare tale percentuale in un diagramma a torta.
- 29) Qual è la probabilità che lanciando un dado esca un numero pari? Esprimere la probabilità trovata in percentuale. Rappresentare tale percentuale in un diagramma a torta.

Calcolare i seguenti fattoriali.

- 30) $7!$; $8!$ e $10!$