

Precorso di Matematica
Corso di Laurea in Scienze Geologiche

L. Paladino

Foglio di esercizi n. 2

Risolvere le seguenti equazioni:

1) $x^6 + 2x^3 + x^2 + 1 = 0$;

2) $x^8 + 97x^4 + 1296 = 0$;

3) $\frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} = \frac{x^2 - x - 2}{x}$;

4) $\frac{x^2 - 9}{x - 3} = \frac{x^2 - 5}{x - 2}$;

5) $\frac{x - 1}{x - 4} = \frac{x + 1}{x - 2}$;

6) $\frac{x^2 + 2}{x - 2} = \frac{x^2 + 1}{x}$;

7) $\frac{4(2x - 1)}{x + 3} = \frac{5}{x - 2} + 6$;

8) $\frac{x^2 - 2}{x + 2} - 3x - 1 = 0$;

9) $\frac{x^2 - 2}{x + 2} - 3x + 2 = 0$;

10) $\sqrt{4x^2 + x - 2} = 2 + x$;

11) $\sqrt{x^2 - 6x + 8} = 3x$;

12) $\sqrt{x^2 - 9x - 10} - 2x + 1 = 0$;

13) $\sqrt{2x^2 - 12x + 16} = x - 2$;

14) $\sqrt{x + 2} = \sqrt{2x - 1}$;

$$15) \sqrt{\frac{2x-1}{x+3}} = 3;$$

$$16) \sqrt{\frac{x^2+13x-4}{x-3}} = 2;$$

$$17) \sqrt{\frac{x^2+13x-4}{x-3}} = x - 1;$$

$$18) \sqrt{x^2 - x - 2} = \sqrt{x^2 - 7x + 6};$$

$$19) \sqrt{x^2 - 6x + 8} = \sqrt{3x};$$

$$20) \sqrt[3]{2x^2 - x + 2} = -x;$$

Risolvere le seguenti disequazioni:

$$21) \frac{x^2 + 4x - 3}{x^2 + 2x - 3} \leq 0;$$

$$22) \frac{x^2 - 9x + 18}{x - 5} \geq 0;$$

$$23) \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 3} < 0;$$

$$24) \frac{x^2}{x-1} > 4;$$

$$25) \frac{(x+2)^2}{(x-2)(x-3)} \leq 1;$$

$$26) \frac{(3x+1)^2}{(x+1)^2} \leq -1;$$

$$27) \frac{8}{3x-1} > \frac{1}{4-x};$$

$$28) \frac{4(2x-1)}{x+3} < \frac{5}{x-2} + 6;$$

$$29) \frac{(x-2)^2}{(2x-3)^2} \leq 1;$$

- 30) $x^3 + 7x^2 - 14x + 5 < 0$;
- 31) $x^3 - x \geq 0$;
- 32) $(x - 10)(x + 9)(x - 3)^3(x - 6) \leq 0$;
- 33) $\frac{x^2(x^2 + 4x - 3)}{x + 5} \geq 0$;
- 34) $\frac{(x - 1)^3(x + 2)}{x^3(x + 5)^2} < 0$;
- 35) $\frac{(x^3 - 13x + 12)(x + 2)}{x} > 0$;
- 36) $x^3 + 20x - 21 > 0$;
- 37) $\sqrt{x^2 + 2x + 1} < x + 3$;
- 38) $\sqrt{x^2 + 10x + 9} \geq x + 3$;
- 39) $\sqrt{4x^2 + 3x - 1} \leq 2x - 1$;
- 40) $\sqrt{4x^2 + 2x - 1} < x + 2$;
- 41) $-\sqrt{x^2 - 2x + 1} > x - 3$;
- 42) $-\sqrt{-3x^2 + 10x + 9} \leq 2x$;
- 43) $\sqrt{x^2 + 3x + 4} \leq x + 6$;
- 44) $\sqrt{4x^2 + 2x - 1} < 2x - 2$;
- 45) $\sqrt[3]{-28x + 48} > -x$;
- 46) $\sqrt{x^2 + 9x + 8} \geq \sqrt{-x - 1}$;
- 47) $\sqrt[3]{x^3 + 2x + 1} \leq x$;
- 48) $\sqrt{x^2 + 1} < \sqrt{x^2 - 1}$;
- 49) $\sqrt{x^3 - 1} < \sqrt{x^2 - 1}$;

$$50) \sqrt{x^3 - 1} < -1.$$

Risolvere i seguenti sistemi di disequazioni:

$$51) \begin{cases} x^2 + 16x + 64 \leq 0 \\ x + 2 > 0 \end{cases} ;$$

$$52) \begin{cases} x^2 + 13x - 4 \leq 0 \\ x^2 - 2 \leq 2 \end{cases} ;$$

$$53) \begin{cases} x^3 - 7x + 6 \geq 0 \\ \frac{x^2 - 3x}{x + 2} > 2 \end{cases} ;$$

$$54) \begin{cases} \frac{x - 2}{x^2 - 4x + 3} \leq 0 \\ \frac{4x^2 - 3x}{4x^2 + 4x + 1} \geq 1 \end{cases} ;$$

$$55) \begin{cases} \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 4x + 3} > 1 \\ \frac{9x^2 - 4x - 6}{x + 6} < -1 \end{cases} .$$

Risolvere i seguenti esercizi di geometria analitica:

56) Disegnare la parabola di equazione $\mathcal{P} : y = 4x^2 + 4x + 1$, trovando le coordinate del vertice e il punto P di intersezione con l'asse delle ordinate. Trovare, se esistono, i punti di intersezione di \mathcal{P} con l'asse delle ascisse.

57) Disegnare la parabola di equazione $\mathcal{P} : y = 22x^2 + 13x + 1$, trovando le coordinate del vertice e il punto P di intersezione con l'asse delle ordinate. Trovare, se esistono, i punti di intersezione di \mathcal{P} con l'asse delle ascisse.

58) Disegnare la parabola di equazione $\mathcal{P} : y = 3x^2 + 5x + 4$, trovando le coordinate del vertice e il punto P di intersezione con l'asse delle ordinate. Trovare, se esistono, i punti di intersezione di \mathcal{P} con l'asse delle ascisse.

- 59) Disegnare la parabola di equazione $\mathcal{P} : y = -4x^2 - 3x + 1$, trovando le coordinate del vertice e il punto P di intersezione con l'asse delle ordinate. Trovare, se esistono, i punti di intersezione di \mathcal{P} con l'asse delle ascisse.
- 60) Disegnare la parabola di equazione $\mathcal{P} : y = -4x^2 - 4x - 1$, trovando le coordinate del vertice e il punto P di intersezione con l'asse delle ordinate. Trovare, se esistono, i punti di intersezione di \mathcal{P} con l'asse delle ascisse.
- 61) Disegnare la parabola di equazione $\mathcal{P} : y = -4x^2 + 5x - 4$, trovando le coordinate del vertice e il punto P di intersezione con l'asse delle ordinate. Trovare, se esistono, i punti di intersezione di \mathcal{P} con l'asse delle ascisse.
- 62) Trovare l'equazione della retta r_1 che passa per i punti $P_1 = (1, 1)$ e $P_2 = (2, -1)$. Dire qual 'è la posizione reciproca tra r_1 e la parabola di equazione $y = x^2 - 2x + 1$.
- 63) Dire qual 'è la posizione reciproca tra la parabola di equazione $y = x^2 - 2x + 1$ e la retta $y = 0$.
- 64) Dire qual 'è la posizione reciproca tra la parabola di equazione $y = x^2 - 2x + 1$ e la retta $y = x - 3$.
- 65) Dire qual 'è la posizione reciproca tra la parabola di equazione $y = -4x^2 - 3x + 1$ e la retta $y = x - 3$.
- 66) Tra le rette del fascio di centro $P_1 = (-1, 2)$, trovare quelle tangenti alla parabola di equazione $y = -x^2 - x + 1$.
- 67) Dire se il punto $P = (0, 0)$ appartiene alla retta di equazione $y = 2x - 1$. Dire se P appartiene alla retta di equazione $y = 3x$. Dire se P appartiene alla parabola di equazione $y = x^2 + 3x$. Dire se P appartiene alla parabola di equazione $y = -6x^2 + 3x - 1$.
- 68) Dire se il punto $P_1 = (1, 0)$ appartiene alla retta di equazione $y = 2x - 1$. Dire se $P_2 = (1, 2)$ appartiene alla retta di equazione $y = 3x$.

Dire se $P_3 = (-2, -2)$ appartiene alla parabola di equazione $y = x^2 + 3x$. Dire se $P = (1, 0)$ appartiene alla parabola di equazione $y = -6x^2 + 3x - 1$.

- 69)** Dire per quali valori di m le rette del fascio $y = mx - m$, con $m \in \mathbb{R}$, sono tangenti, secanti o esterne alla parabola di equazione $y = x^2 - 3x + 3$.
- 70)** Trovare l'equazione della parabola che passa per i punti $P_1 = (1, 2)$; $P_2 = (-1, -1)$, $P_3 = (0, 0)$.