

Precorso di Matematica
Corso di Laurea in Scienze Geologiche

L. Paladino

Foglio di esercizi n. 3

Risolvere le seguenti equazioni:

1) $|x + 2| = 2x^2 + 3x$;

2) $|x + 3| = x^2 - 3x - 2$;

3) $|2x - 2| = x^2 + 2x - 3$;

4) $\left| \frac{2x-1}{x+5} \right| = 2x - 1$;

5) $\left| \frac{4x+4}{x-1} \right| = 3$;

6) $|3x^2 - 27| = 0$;

7) $|2x - 2| = |x^2|$;

8) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x-4} = 16$;

9) $e^{x^3-8x} = e^{x^2-1}$;

10) $5^{2x-2} - 25^{x^2+x} = 0$;

11) $3^x = 5$;

12) $2^{x^3+9} = 4^{-4x^2}$;

13) $3 = 6^{2-2x}$;

14) $\log(x + 2) - \log(2x + 3) = 0$;

15) $\log(\sqrt{x + 3}) - \log 2x - 2$;

16) $3 \log(x - 2) - \log(x^3 - 2x^2 + 2x - 6) = 0;$

17) $\frac{|x^2-3|}{x+2} - 3x = 0;$

18) $\frac{x^2-2}{\log x} = 0;$

19) $\frac{e^{x+1}}{x} = 0;$

20) $\frac{(x-3)2^x}{x} = 0;$

21) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2};$

22) $\cos x = -\frac{\sqrt{1}}{2};$

23) $\sin x = \cos x;$

24) $2 \sin^2 x - \sin x = 0;$

25) $6 \cos x - \cos^2 x - 7 = 0;$

26) $\operatorname{tag} x = \sqrt{3};$

27) $-\cos^2 x + \sin x + 2 = 0;$

Risolvere le seguenti disequazioni;;

28) $|x + 1| < x^2 - 2x + 3;$

29) $|2x - 2| > x^2 + 2x - 3;$

30)) $x^2 - 4x + 1 \leq |x^2 - 1|;$

31) $3^{(x-1)(x+1)} \geq 27;$

32) $16^{(x^2+x+1)} < 8;$

33) $4^{(3-x)(x-2)} < 16;$

- 34) $6^{2x-1} \leq 5$.
- 35) $5^{4x+1} > 7$;
- 36) $5^{(6-x)(5-x)} > 25$;
- 37) $\log(x+7) - \log(x-1) < \log(x-2)$;
- 38) $\text{Log}(x+6) + \text{Log}(x+2) - 2\text{Log}(x-3) \geq 0$;
- 39) $\log(x+2) + \log(x-3) - 3\log(x-3) \leq 0$;
- 40) $2\log_2(x+11) - \log_2(x-3) - \log_2(x+2) < 0$;
- 41) $2\log_{\frac{2}{3}}(x-2) - \log_{\frac{2}{3}}(2x+4) \geq 0$;
- 42) $\log\left(\frac{x-2}{x+3}\right) \geq 1$;
- 43) $\log_2\left(\frac{x+1}{x}\right) \geq 4$;
- 44) $\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{x+1}{x}\right) \geq 3$;
- 45) $\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{x+1}{x}\right) > 0$;
- 46) $\frac{x^2|x-1|e^x \log(x+3)}{(x+2)\sqrt{x-1}} \geq 0$;
- 47) $\frac{(x-1)^2(x-3) \log x}{x(x-2)} \leq 0$;
- 48) $\frac{(x+1)^2\sqrt{x+2} \log(x-1)}{(x+3)|x|e^{2x}} < 0$;
- 49) $\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+10x+1}}{\sqrt{x+2}} < 0$;
- 50) $\frac{3^{x^2-2}(x-2)}{x\sqrt{x+1}} < 0$;

$$51) \frac{\log(x)(x^2+2)|x^2-2|\sqrt{x^2+13x}}{(x-2)e^{-4x}} > 0;$$

$$52) \sin x \geq 1;$$

$$53) \cos x < 1;$$

$$54) 2 \cos x > \sqrt{3};$$

$$55) \sin x > \cos x;$$

$$56) 2 \cos^2 x - \cos x \leq 0;$$

$$57) 2 \sin^2 x \geq 1;$$

$$58) \operatorname{tag} x > \sqrt{3};$$

$$59) 2 \cos^2 x + \cos x + 1 > 0;$$

$$60) -\cos^2 x + \sin x > -2;$$

Risolvere i seguenti sistemi di disequazioni:

$$61) \begin{cases} |x+4| \leq x-2 \\ x^2-3x+2 > 0 \end{cases} ;$$

$$62) \begin{cases} \sqrt[3]{x^3+x^2-4} \leq x \\ x+2 \geq -2 \end{cases} ;$$

$$63) \begin{cases} \sqrt{13x-x^2} < 6 \\ |x+1| > 2x \end{cases} .$$

$$64) \begin{cases} |2x-4| \leq x^2+1 \\ \log x > 0 \end{cases} .$$

$$65) \begin{cases} |2x| \leq x^2+1 \\ \left(\frac{2}{5}\right)^{x^3} > \frac{5}{2} \end{cases} .$$

$$66) \begin{cases} \log_2(13x-18x^2) < \log_2 4 \\ e^x > e^{x^2} \end{cases} .$$

$$67) \begin{cases} e^x > 1 \\ \sin x < 0 \end{cases} .$$

Risolvere i seguenti esercizi di geometria analitica:

68) disegnare la circonferenza di centro $O=(0,0)$ e raggio 3.

69) disegnare la circonferenza di centro $O=(1,-2)$ e raggio 2.

70) disegnare la circonferenza \mathcal{C} di centro $O=(-3,2)$ e raggio 4. Trovare le intersezioni tra \mathcal{C} e gli assi coordinati.

71) trovare il centro e il raggio della circonferenza di equazione

$$4x^2 + 4y^2 - 16x + 16y + 1 = 0;$$

72) trovare il centro e il raggio della circonferenza di equazione

$$x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0;$$

73) trovare l'equazione della circonferenza di centro $(1,-1)$ e raggio 3. Dire qual è la posizione reciproca tra la retta $r_1 : y - 3x = 1$ e la circonferenza trovata.

74) trovare l'equazione della circonferenza di centro $(-1,2)$ e raggio 4.

75) trovare l'equazione della circonferenza \mathcal{C} di centro $C = (-4, -3)$ e raggio 2. Disegnare \mathcal{C} . Dire qual è la posizione reciproca tra \mathcal{C} e la retta $r_1 : y = 3x + 2$. Dire qual è la posizione reciproca tra \mathcal{C} e la retta $r_2 : y = -x - 7$. Il centro appartiene a r_1 ? Il centro C appartiene a r_2 ?

76) trovare l'equazione della circonferenza \mathcal{C} di centro $(1,2)$ e raggio 2. Dire qual è la posizione reciproca tra \mathcal{C} e la retta che passa per $P = (0, -5)$ ed è parallela all'asse delle ascisse. Dire qual è la posizione reciproca tra \mathcal{C} e la retta che passa per $P = (1, 0)$ ed è parallela all'asse delle ordinate. Dire qual è la posizione reciproca tra \mathcal{C} e la retta che passa per $P = (1, 4)$ ed è parallela all'asse delle ascisse.

- 77) tra le rette del fascio $y = mx + 3$, con $m \in \mathbb{R}$, trovare quelle tangenti alla circonferenza di equazione $y^2 + x^2 - 2x + 1$;
- 78) trovare la rette che passano per il punto $(0,4)$ e sono tangenti alla circonferenza $x^2 + y^2 = 9$;
- 79) dire quali tra le rette del fascio di centro $(0,-5)$ sono esterne, secanti o tangenti alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 16$. Scrivere l'equazione delle eventuali rette tangenti trovate e le coordinate dei punti di tangenza.
- 80) dire quali tra le rette del fascio di centro $O = (0, 0)$ sono esterne, secanti o tangenti alla circonferenza di equazione $y^2 + x^2 + 2x + 4y + 4$. Scrivere l'equazione delle eventuali rette tangenti trovate e le coordinate dei punti di tangenza.