

A.A. 2019/2020

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale
Algebra Lineare e Geometria

Seconda prova parziale scritta del 20-01-2019

Primo esercizio. (7 punti) Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'applicazione lineare $f_k : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$, rappresentata dalla seguente matrice A_k , è suriettiva? Per $k = 1$ trovare una base e la dimensione del nucleo e dell'immagine di f_1 .

$$A_k = \begin{pmatrix} k-1 & 3k & -2 & -k \\ 2k-2 & -3 & 1+k & 1 \end{pmatrix}.$$

Secondo esercizio. (12 punti) Trovare, se esiste, la forma canonica di Jordan J della seguente matrice A . In particolare trovare una base b di \mathbb{R}^4 che dà il cambiamento di base $[I]_e^b$ che permette di trovare la forma canonica di Jordan, dove e la base canonica di \mathbb{R}^4 . Dire a cosa è uguale $[I]_e^b$, senza calcolarla esplicitamente. Scrivere la formula che permette di ottenere J da A , tramite $[I]_e^b$ (sempre senza calcolare esplicitamente $[I]_e^b$). La matrice A in questo caso è diagonalizzabile?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Terzo esercizio. (5 punti)

a) Trovare il fascio \mathcal{F} di rette parallele alla retta

$$l = \begin{cases} x = -\lambda \\ y = \lambda, \\ z = 3 + 2\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

b) Trovare la retta r del fascio \mathcal{F} , che passa per l'origine degli assi.

c) Trovare la distanza tra r e l

Quarto esercizio. (6 punti)

a) Al variare di $h \in \mathbb{R}$ classificare la seguente conica

$$\mathcal{C}_h : 4hx^2 + y^2 - 8xy - 4x + 1 = 0.$$

b) Per $h = 2$ trovare centro e assi (se è una conica a centro) oppure asse e vertice (se è una parabola).