

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA PER INFORMATICA

DATA _____

NOME E COGNOME _____ MATRICOLA _____

Esercizio 1.

Enunciare e dimostrare il Teorema di Bolzano-Weierstrass.

Esercizio 2.

Determinare l'area del triangolo compreso fra le rette $y = 0$, $y = x$ e $y = -x+4$

Esercizio 3.

Scrivere la derivata di $f(x) = \frac{\text{sen}(\log x) + e^{3x}}{\text{arctg } 5x - \cos 8x}$

Esercizio 4.

Sia $A = \{e^x - 1 : x \in]-\infty, +\infty[\}$. Trovare $\inf A$ e $\sup A$.

Esercizio 5.

Determinare $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \text{tg} \frac{3}{x} \right)^x$

Esercizio 6.

Sia f una funzione infinitamente derivabile in un intervallo $[a, b]$. Supponiamo che $f(a) = f'(a) = f(b) = f'(b) = 0$. Mostrare che allora esiste un punto x_0 in $[a, b]$ in cui la derivata terza si annulla, $f'''(x_0) = 0$.

Esercizio 7.

Determinare gli intervalli di convessità e gli eventuali punti di flesso di $f(x) = (x^2 \lg x)/2$.

Esercizio 8.

Scrivere lo sviluppo in serie di MacLaurin fino al III ordine di $f(x) = \sin(e^{-x} - 1)$.

Esercizio 9.

Usando il criterio degli infinitesimi stabilire il carattere della serie $\sum \frac{9}{k} - \text{sen} \frac{2}{k}$.