

Matematica Discreta II

Esame del 24-09-2009

Esercizio 1. (3 pt)

Determinare tutte le soluzioni dell'equazione $1443x - 7410y = 351$, con $x, y \in \mathbb{Z}$.

Esercizio 2. (5 pt)

Risolvere in \mathbb{Z} il seguente sistema
$$\begin{cases} x \equiv 324 & (\text{mod } 35) \\ 13x \equiv -20 & (\text{mod } 36) \\ x \equiv -231 & (\text{mod } 37) \end{cases}.$$

Esercizio 3. (6 pt)

Consideriamo la ricorrenza $a_n = -a_{n-1} + 12a_{n-2} - 5n + \frac{33}{2}$, per $n \geq 2$.

a. Dimostrare che $a_n = \frac{n}{2} - \frac{1}{2}$, $n \geq 0$, è una soluzione della ricorrenza.

b. Trovare tutte le soluzioni della ricorrenza.

c. Trovare la soluzione con $a_0 = 1$ e $a_1 = 1$, e calcolare a_0 , a_1 , a_2 e a_3 usando la ricorrenza e la risposta.

Esercizio 4. (6 pt)

a. Quanti $x \in \mathbb{Z}$ con $16161616 \leq x \leq 54545454$ dispari si possono comporre con le cifre di 54322110.

b. Quanti numeri $x \in \mathbb{Z}$ con $6048 \leq x \leq 27721$ sono divisibili per 48, 88 o 252.

c. Quante soluzioni ci sono dell'equazione $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 = 500$, dove $x_1, \dots, x_8 \in \mathbb{Z}$ e $x_1, \dots, x_8 \geq 0$, con $2 \leq x_1 \leq 100$, $x_3 \geq 20$, $10 \leq x_4 \leq 60$, $x_1 + x_2 + x_7 + x_8 = 200$ e $x_3 + x_5 \neq x_4 + x_6$.

Esercizio 5. (5 pt)

Quanti bit string di lunghezza 32 ci sono tali che

a. il bit string corrispondente alle prime quindici posizioni contiene esattamente dieci 1.

b. il bit string ha almeno venti 0 e almeno dieci 1, inoltre si deve avere che il bit string corrispondente alle prime quindici posizioni contiene dieci 0 e il bit string corrispondente alle ultime sei posizioni contiene al massimo due 1.

c. il bit string corrispondente alle prime dodici posizioni contiene esattamente quattro 1 e il bit string corrispondente alle ultime quattordici posizioni non contiene lo string 1011110 come sotto-string.

Esercizio 6. (2 pt)

Quanti anagrammi si possono fare con la parola NOWHERETOHide tali che nessuna delle lettere I ed E si trovi nella parola nuova nello stesso posto che occupava nella parola originale.

Esercizio 7. (3 pt)

7.1 Il numero $(6666005555004444003333002222001111)_7$ è

(A) divisibile per 50 ma non per 18,

(C) divisibile per 50 e per 18,

(B) divisibile per 18 ma non per 50,

(D) non divisibile nè per 50, nè per 18.

7.2 Il coefficiente davanti ad x^{35} in $(22 - \frac{x}{11})^{52}$ è

(A) $2^{17} (\frac{1}{11})^{18} \binom{52}{17}$, (B) $2^{18} (\frac{1}{11})^{17} \binom{52}{35}$, (C) $-2^{18} (\frac{1}{11})^{17} \binom{52}{35}$, (D) $-2^{17} (\frac{1}{11})^{18} \binom{52}{17}$.

7.3 Per quale dei seguenti d la terna $(n = 377, e = 53, d)$ costituisce la chiave (pubblica e segreta) di un codice RSA ?

(A) $d = 77$,

(B) $d = 300$,

(C) $d = 317$,

(D) $d = 53$.

Per gli esercizi 1, 2, 3, 4, 5 e 6 le risposte devono essere giustificate. Per l'esercizio 7, dove ogni parte vale 1 punto, basta solo rispondere. Ogni scorrettezza durante la prova comporterà l'immediato annullamento della prova e altre sanzioni in accordo con la presidenza del corso di Laurea.