

Matematica Discreta II

Esame del 24-06-2010

Esercizio 1. (3 pt)

Determinare tutte le soluzioni dell'equazione $2806x - 5037y = 575$, con $x, y \in \mathbb{Z}$.

Esercizio 2. (5 pt)

Risolvere in \mathbb{Z} il seguente sistema
$$\begin{cases} x \equiv 293 \pmod{33} \\ -13x \equiv 20 \pmod{34} \\ x \equiv -427 \pmod{35} \end{cases}.$$

Esercizio 3. (6 pt)

Consideriamo la ricorrenza $a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2} + 6(n-1)$, per $n \geq 2$.

a. Dimostrare che $a_n = 3\left(\frac{n}{2} + 1\right)$, $n \geq 0$, è una soluzione della ricorrenza.

b. Trovare tutte le soluzioni della ricorrenza.

c. Trovare la soluzione con $a_0 = 2$ e $a_1 = -2$, e calcolare a_0 , a_1 , a_2 e a_3 usando la ricorrenza e la risposta.

Esercizio 4. (6 pt)

a. Quanti numeri $x \in \mathbb{Z}$ di 4 cifre con x divisibile per 3 si possono comporre con le cifre di 123699.

b. Quanti numeri $x \in \mathbb{Z}$ con $6776 \leq x \leq 27224$ sono divisibili per 48, 88 o 308.

c. Quante soluzioni ci sono dell'equazione $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 = 728$, dove $x_1, \dots, x_8 \in \mathbb{Z}$ e $x_1, \dots, x_8 \geq 0$, con $8 \leq x_1 \leq 200$, $x_3 \geq 50$, $x_5 \geq 50$, $199 \leq x_7 \leq 300$ e $x_1 \neq x_7$.

Esercizio 5. (5 pt)

Quanti bit string di lunghezza 27 ci sono tali che

a. il bit string corrispondente alle ultime dodici posizioni contiene esattamente sette 0.

b. il bit string ha almeno quindici 0 e almeno dieci 1, inoltre si deve avere che il bit string corrispondente alle prime nove posizioni contiene sei 1 e il bit string corrispondente alle ultime dodici posizioni contiene al massimo dieci 0.

c. il bit string corrispondente alle prime dieci posizioni contiene esattamente otto 1 e il bit string corrispondente alle ultime quindici posizioni contiene lo string 1011101 come sotto-string.

Esercizio 6. (2 pt)

Quanti anagrammi si possono fare con la parola OFAVOLOSIISMI tali che nessuna delle lettere O e L si trovi nella parola nuova nello stesso posto che occupava nella parola originale.

Esercizio 7. (3 pt)

7.1 Il numero $(1111002222003333003333002222001111)_7$ è

(A) divisibile per 50 ma non per 24,

(C) divisibile per 50 e per 24,

(B) divisibile per 24 ma non per 50,

(D) non divisibile né per 50, né per 24.

7.2 Il coefficiente davanti ad x^{23} in $(3 - \frac{x}{24})^{45}$ è

(A) $\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^{69} \binom{45}{23}$, (B) $-\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^{69} \binom{45}{22}$, (C) $3 \left(\frac{1}{2}\right)^{69} \binom{45}{22}$, (D) $-3 \left(\frac{1}{2}\right)^{69} \binom{45}{23}$.

7.3 Il resto della divisione di 193^{78910} per 63 è:

(A) 2,

(B) 4,

(C) 8,

(D) 16.

Per gli esercizi 1, 2, 3, 4, 5 e 6 le risposte devono essere giustificate. Per l'esercizio 7, dove ogni parte vale 1 punto, basta solo rispondere. Ogni scorrettezza durante la prova comporterà l'immediato annullamento della prova e altre sanzioni in accordo con la presidenza del corso di Laurea.