

## Matematica Discreta II

Esame del 22-07-2010

**Esercizio 1.** (3 pt)

Determinare tutte le soluzioni dell'equazione  $5002x + 8979y = -1025$ , con  $x, y \in \mathbb{Z}$ .

**Esercizio 2.** (5 pt)

Risolvere in  $\mathbb{Z}$  il seguente sistema 
$$\begin{cases} x \equiv 347 & (\text{mod } 25) \\ 11x \equiv -14 & (\text{mod } 26) \\ x \equiv -253 & (\text{mod } 27) \end{cases}.$$

**Esercizio 3.** (6 pt)

Consideriamo la ricorrenza  $a_n = 2a_{n-1} + 15a_{n-2} - 8(n-3)$ , per  $n \geq 2$ .

a. Dimostrare che  $a_n = \frac{n-1}{2}$ ,  $n \geq 0$ , è una soluzione della ricorrenza.

b. Trovare tutte le soluzioni della ricorrenza.

c. Trovare la soluzione con  $a_0 = -\frac{1}{2}$  e  $a_1 = 8$ , e calcolare  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  usando la ricorrenza e la risposta.

**Esercizio 4.** (6 pt)

a. Quanti  $x \in \mathbb{Z}$  con  $11111 \leq x \leq 99999$  esistono con le cifre distinte e  $x$  divisibile per 25.

b. Quanti numeri  $x \in \mathbb{Z}$  con  $2184 \leq x \leq 11000$  sono divisibili per 35, 56 o 132.

c. Quante soluzioni ci sono dell'equazione  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 437$ , dove  $x_1, \dots, x_8 \in \mathbb{Z}$  e  $x_1, \dots, x_8 \geq 0$ , con  $20 \leq x_1 \leq 100$ ,  $x_2 \geq 30$ ,  $x_4 \geq 100$ ,  $50 \leq x_7 \leq 100$  e  $x_1 + x_5 = 200$ .

**Esercizio 5.** (5 pt)

Quanti bit string di lunghezza 29 ci sono tali che

a. il bit string corrispondente alle prime dieci posizioni contiene esattamente cinque 1.

b. il bit string ha esattamente quattordici 1, inoltre si deve avere che il bit string corrispondente alle prime dieci posizioni contiene almeno sette 1 e il bit string corrispondente alle ultime sedici posizioni contiene al massimo dodici 0.

c. il bit string corrispondente alle prime otto posizioni contiene esattamente tre 1 e il bit string corrispondente alle ultime quindici posizioni non contiene lo string 0100010 come sotto-string.

**Esercizio 6.** (2 pt)

Un ternary string di lunghezza  $n$  è una parola di  $n$  lettere nell'alfabeto  $\{0, 1, 2\}$ . Quanti ternary string di lunghezza 11 ci sono che non contengono le string 12 o 02 come sotto-string.

**Esercizio 7.** (3 pt)

**7.1** Il numero  $(2222004444006666004444002222)_7$  è

(A) divisibile per 25 ma non per 96,

(C) divisibile per 25 e per 96,

(B) divisibile per 96 ma non per 25,

(D) non divisibile né per 25, né per 96.

**7.2** Il coefficiente davanti ad  $x^{17}$  in  $(33 - \frac{x}{121})^{38}$  è

(A)  $3^{21} \left(\frac{1}{11}\right)^{34} \binom{38}{21}$ , (B)  $3^{21} \left(\frac{1}{11}\right)^{17} \binom{38}{17}$ , (C)  $-3^{21} \left(\frac{1}{11}\right)^{13} \binom{38}{21}$ , (D)  $-3^{17} \left(\frac{1}{11}\right)^{21} \binom{38}{17}$ .

**7.3** Per quale dei seguenti  $d$  la terna  $(n = 377, e = 317, d)$  costituisce la chiave (pubblica e segreta) di un codice RSA ?

(A)  $d = 77$ ,

(B)  $d = 300$ ,

(C)  $d = 317$ ,

(D)  $d = 53$ .

---

Per gli esercizi 1, 2, 3, 4, 5 e 6 le risposte devono essere giustificate. Per l'esercizio 7, dove ogni parte vale 1 punto, basta solo rispondere. Ogni scorrettezza durante la prova comporterà l'immediato annullamento della prova e altre sanzioni in accordo con la presidenza del corso di Laurea.