

ESEMPIO: SIAMO CONSIDERANDO
~~UN~~ UN PROCESSO BERNOULLIANO LIMITATO, ^{DOVE} NON
 CONOSCIAMO m e p , MA IL VALORE ATTESO

$$\lambda = E(X) = m \cdot p \Rightarrow p = \frac{\lambda}{m}$$

$$P(X=k) = \binom{m}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{m-k} = \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{\lambda}{m}\right)^k \cdot \left(1 - \frac{\lambda}{m}\right)^{m-k}$$

$$= \frac{m(m-1) \dots (m-k+1)}{k!} \cdot \frac{\lambda^k}{m^k} \cdot \left(1 - \frac{\lambda}{m}\right)^{m-k}$$

m IN GENERALE È MOLTO GRANDE

$$(1) \frac{m(m-1) \dots (m-k+1)}{m^k} = \frac{m}{m} \cdot \frac{m-1}{m} \dots \frac{m-k+1}{m} \rightarrow 1$$

$$(2) \text{ se } k=3 \text{ e } m=1000 : \frac{1000}{1000} \cdot \frac{999}{1000} \cdot \frac{998}{1000}$$

$$(2) \left(1 - \frac{\lambda}{m}\right)^m \rightarrow e^{-\lambda} \quad \left[\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \rightarrow e, x \rightarrow +\infty \right]$$

$$(3) \left(1 - \frac{\lambda}{m}\right)^{-k} \rightarrow 1$$

$$P(X=k) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}$$

quando m È GRANDE
 LEGGE DI POISSON

ESEMPIO

AD UN CASELLO ARRIVANO IN MEDIA 240 AUTO ALL'ORA.
 QUAL È LA PROB CHE IN UN CERTO MINUTO PASSINO
AL MASSIMO 2 AUTO?

MEDIA ORARIA 240 $\Rightarrow$ AL MINUTO IN MEDIA: $\frac{240}{60} = 4$ AUTO AL MINUTO

X = "NUMERO DI AUTO CHE PASSANO IN UN DATO MINUTO"

$$P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) =$$

$$= \frac{4^0}{0!} \cdot e^{-4} + \frac{4^1}{1!} \cdot e^{-4} + \frac{4^2}{2!} \cdot e^{-4} =$$

$$= e^{-4} (1 + 4 + 8) = 13 \cdot e^{-4} = 0.24 = 24\%$$

ESEMPIO

UNA LINTA PRODUTTIVA CON PROB. DI PRODURRE PEZZI
 DIFETTOSI PARI A 0.01.
 VENGONO PRODOTTI 1000 PEZZI.
 PROB. CHE ESATTAMENTE 4 SIANO DIFETTOSI.

$$m = 1000 \quad p = 0.01 \quad X \sim B(1000, 0.01)$$

$$P(X=4) = \binom{1000}{4} \cdot (0.01)^4 \cdot (0.99)^{996} \approx 0.0186$$

UTILIZZO POISSON PER APPROSSIMARE LA BINOMIALE

$$\lambda = E(X) = m \cdot p = 1000 \cdot 0.01 = 10$$

$$P(Y=4) = \frac{10^4}{4!} \cdot e^{-10} \approx 0.0189 \quad \left(\frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \right)$$