

Schema delle scelte simultanee

Problema: Sia S un insieme di n elementi e sia $0 \leq k \leq n$. Quanti sono i sottoinsiemi di S aventi k elementi? Equivalentemente: in quanti modi si possono scegliere k oggetti tra n ?

Schema delle scelte simultanee

Problema: Sia S un insieme di n elementi e sia $0 \leq k \leq n$. Quanti sono i sottoinsiemi di S aventi k elementi? Equivalentemente: in quanti modi si possono scegliere k oggetti tra n ?

Esempio

In quanti modi si possono scegliere 3 elementi da un insieme di 5 elementi?

Schema delle scelte simultanee

Problema: Sia S un insieme di n elementi e sia $0 \leq k \leq n$. Quanti sono i sottoinsiemi di S aventi k elementi? Equivalentemente: in quanti modi si possono scegliere k oggetti tra n ?

Esempio

In quanti modi si possono scegliere 3 elementi da un insieme di 5 elementi?

- $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$

Schema delle scelte simultanee

Problema: Sia S un insieme di n elementi e sia $0 \leq k \leq n$. Quanti sono i sottoinsiemi di S aventi k elementi? Equivalentemente: in quanti modi si possono scegliere k oggetti tra n ?

Esempio

In quanti modi si possono scegliere 3 elementi da un insieme di 5 elementi?

- $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$
- Sottoinsiemi di 3 elementi:

Schema delle scelte simultanee

Problema: Sia S un insieme di n elementi e sia $0 \leq k \leq n$. Quanti sono i sottoinsiemi di S aventi k elementi? Equivalentemente: in quanti modi si possono scegliere k oggetti tra n ?

Esempio

In quanti modi si possono scegliere 3 elementi da un insieme di 5 elementi?

- $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$
- Sottoinsiemi di 3 elementi:

$$\{a, b, c\}$$

Schema delle scelte simultanee

Problema: Sia S un insieme di n elementi e sia $0 \leq k \leq n$. Quanti sono i sottoinsiemi di S aventi k elementi? Equivalentemente: in quanti modi si possono scegliere k oggetti tra n ?

Esempio

In quanti modi si possono scegliere 3 elementi da un insieme di 5 elementi?

- $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$
- Sottoinsiemi di 3 elementi:

$$\{a, b, c\} \quad \{a, b, d\}$$

Schema delle scelte simultanee

Problema: Sia S un insieme di n elementi e sia $0 \leq k \leq n$. Quanti sono i sottoinsiemi di S aventi k elementi? Equivalentemente: in quanti modi si possono scegliere k oggetti tra n ?

Esempio

In quanti modi si possono scegliere 3 elementi da un insieme di 5 elementi?

- $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$
- Sottoinsiemi di 3 elementi:

$$\{a, b, c\} \quad \{a, b, d\} \quad \{a, b, e\}$$

Schema delle scelte simultanee

Problema: Sia S un insieme di n elementi e sia $0 \leq k \leq n$. Quanti sono i sottoinsiemi di S aventi k elementi? Equivalentemente: in quanti modi si possono scegliere k oggetti tra n ?

Esempio

In quanti modi si possono scegliere 3 elementi da un insieme di 5 elementi?

- $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$
- Sottoinsiemi di 3 elementi:

$$\{a, b, c\} \quad \{a, b, d\} \quad \{a, b, e\} \quad \{a, c, d\}$$

Schema delle scelte simultanee

Problema: Sia S un insieme di n elementi e sia $0 \leq k \leq n$. Quanti sono i sottoinsiemi di S aventi k elementi? Equivalentemente: in quanti modi si possono scegliere k oggetti tra n ?

Esempio

In quanti modi si possono scegliere 3 elementi da un insieme di 5 elementi?

- $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$
- Sottoinsiemi di 3 elementi:

$\{a, b, c\}$ $\{a, b, d\}$ $\{a, b, e\}$ $\{a, c, d\}$ $\{a, c, e\}$

Schema delle scelte simultanee

Problema: Sia S un insieme di n elementi e sia $0 \leq k \leq n$. Quanti sono i sottoinsiemi di S aventi k elementi? Equivalentemente: in quanti modi si possono scegliere k oggetti tra n ?

Esempio

In quanti modi si possono scegliere 3 elementi da un insieme di 5 elementi?

- $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$
- Sottoinsiemi di 3 elementi:

$\{a, b, c\}$ $\{a, b, d\}$ $\{a, b, e\}$ $\{a, c, d\}$ $\{a, c, e\}$
 $\{a, d, e\}$

Schema delle scelte simultanee

Problema: Sia S un insieme di n elementi e sia $0 \leq k \leq n$. Quanti sono i sottoinsiemi di S aventi k elementi? Equivalentemente: in quanti modi si possono scegliere k oggetti tra n ?

Esempio

In quanti modi si possono scegliere 3 elementi da un insieme di 5 elementi?

- $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$
- Sottoinsiemi di 3 elementi:

$$\begin{array}{ccccc} \{a, b, c\} & \{a, b, d\} & \{a, b, e\} & \{a, c, d\} & \{a, c, e\} \\ \{a, d, e\} & \{b, c, d\} & & & \end{array}$$

Schema delle scelte simultanee

Problema: Sia S un insieme di n elementi e sia $0 \leq k \leq n$. Quanti sono i sottoinsiemi di S aventi k elementi? Equivalentemente: in quanti modi si possono scegliere k oggetti tra n ?

Esempio

In quanti modi si possono scegliere 3 elementi da un insieme di 5 elementi?

- $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$
- Sottoinsiemi di 3 elementi:

$$\begin{array}{ccccc} \{a, b, c\} & \{a, b, d\} & \{a, b, e\} & \{a, c, d\} & \{a, c, e\} \\ \{a, d, e\} & \{b, c, d\} & \{b, c, e\} & & \end{array}$$

Schema delle scelte simultanee

Problema: Sia S un insieme di n elementi e sia $0 \leq k \leq n$. Quanti sono i sottoinsiemi di S aventi k elementi? Equivalentemente: in quanti modi si possono scegliere k oggetti tra n ?

Esempio

In quanti modi si possono scegliere 3 elementi da un insieme di 5 elementi?

- $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$
- Sottoinsiemi di 3 elementi:

$$\begin{array}{ccccc} \{a, b, c\} & \{a, b, d\} & \{a, b, e\} & \{a, c, d\} & \{a, c, e\} \\ \{a, d, e\} & \{b, c, d\} & \{b, c, e\} & \{b, d, e\} & \end{array}$$

Schema delle scelte simultanee

Problema: Sia S un insieme di n elementi e sia $0 \leq k \leq n$. Quanti sono i sottoinsiemi di S aventi k elementi? Equivalentemente: in quanti modi si possono scegliere k oggetti tra n ?

Esempio

In quanti modi si possono scegliere 3 elementi da un insieme di 5 elementi?

- $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$
- Sottoinsiemi di 3 elementi:

$\{a, b, c\}$	$\{a, b, d\}$	$\{a, b, e\}$	$\{a, c, d\}$	$\{a, c, e\}$
$\{a, d, e\}$	$\{b, c, d\}$	$\{b, c, e\}$	$\{b, d, e\}$	$\{c, d, e\}$

Schema delle scelte simultanee

Problema: Sia S un insieme di n elementi e sia $0 \leq k \leq n$. Quanti sono i sottoinsiemi di S aventi k elementi? Equivalentemente: in quanti modi si possono scegliere k oggetti tra n ?

Esempio

In quanti modi si possono scegliere 3 elementi da un insieme di 5 elementi?

- $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$
- Sottoinsiemi di 3 elementi:

$\{a, b, c\}$	$\{a, b, d\}$	$\{a, b, e\}$	$\{a, c, d\}$	$\{a, c, e\}$
$\{a, d, e\}$	$\{b, c, d\}$	$\{b, c, e\}$	$\{b, d, e\}$	$\{c, d, e\}$

- **10 modi**

Combinazioni

Definizione (**Combinazione**)

Una **combinazione di n oggetti di classe k** ($k \leq n$) è ogni sottoinsieme di k elementi dell'insieme di n oggetti.

Combinazioni

Definizione (**Combinazione**)

Una **combinazione di n oggetti di classe k** ($k \leq n$) è ogni sottoinsieme di k elementi dell'insieme di n oggetti.

Proposizione (Relazione tra combinazioni e disposizioni)

Il numero totale di combinazioni di n oggetti di classe k è

$$C_{n,k} = \frac{D_{n,k}}{P_k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k!}.$$

Combinazioni

Definizione (**Combinazione**)

Una **combinazione di n oggetti di classe k** ($k \leq n$) è ogni sottoinsieme di k elementi dell'insieme di n oggetti.

Proposizione (Relazione tra combinazioni e disposizioni)

Il numero totale di combinazioni di n oggetti di classe k è

$$C_{n,k} = \frac{D_{n,k}}{P_k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k!}.$$

Dimostrazione

Dimostriamo che $D_{n,k} = C_{n,k} \cdot P_k$.

Coefficiente binomiale

Definizione (Coefficiente binomiale)

Se $n \geq 1$ e $0 \leq k \leq n$, si definisce il **coefficiente binomiale**

$$\binom{n}{k} = C_{n,k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k!}.$$

Coefficiente binomiale

Definizione (Coefficiente binomiale)

Se $n \geq 1$ e $0 \leq k \leq n$, si definisce il **coefficiente binomiale**

$$\binom{n}{k} = C_{n,k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k!}.$$

Osservazione

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Coefficiente binomiale

Teorema (**Formula di Newton**)

Per ogni intero positivo n e per ogni coppia di numeri reali a e b , si ha

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}.$$

Coefficiente binomiale

Teorema (Formula di Newton)

Per ogni intero positivo n e per ogni coppia di numeri reali a e b , si ha

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}.$$

Dimostrazione (Esercizio)

$$(a + b)^n = (a + b) \cdot (a + b) \cdot (a + b) \cdot \dots \cdot (a + b).$$

In quanti modi compare il termine $a^k b^{n-k}$?

Vogliamo k volte a (e quindi $n - k$ volte b) in una sequenza di n posizioni...

Esercizio

Esercizio 1.4 (Baldi)

Due numeri vengono estratti, senza reimbussolamento, da un'urna contenente sei palline numerate da 1 a 6. Qual è la probabilità che i due numeri estratti siano consecutivi?

Esercizio

Esercizio 1.4 (Baldi)

Due numeri vengono estratti, senza reimbussolamento, da un'urna contenente sei palline numerate da 1 a 6. Qual è la probabilità che i due numeri estratti siano consecutivi?

-
- Ω è l'insieme di tutte le coppie di palline scelte da un insieme di 6.

Esercizio

Esercizio 1.4 (Baldi)

Due numeri vengono estratti, senza reimbussolamento, da un'urna contenente sei palline numerate da 1 a 6. Qual è la probabilità che i due numeri estratti siano consecutivi?

- Ω è l'insieme di tutte le coppie di palline scelte da un insieme di 6.
- Non è importante l'ordine di estrazione: scelte simultanee!

Esercizio

Esercizio 1.4 (Baldi)

Due numeri vengono estratti, senza reimbussolamento, da un'urna contenente sei palline numerate da 1 a 6. Qual è la probabilità che i due numeri estratti siano consecutivi?

- Ω è l'insieme di tutte le coppie di palline scelte da un insieme di 6.
- Non è importante l'ordine di estrazione: scelte simultanee!
- Dunque $\Omega = \{\{\omega_1, \omega_2\} | \omega_1, \omega_2 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$

Esercizio

Esercizio 1.4 (Baldi)

Due numeri vengono estratti, senza reimbussolamento, da un'urna contenente sei palline numerate da 1 a 6. Qual è la probabilità che i due numeri estratti siano consecutivi?

- Ω è l'insieme di tutte le coppie di palline scelte da un insieme di 6.
- Non è importante l'ordine di estrazione: scelte simultanee!
- Dunque $\Omega = \{\{\omega_1, \omega_2\} | \omega_1, \omega_2 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$
- Pertanto $|\Omega| = C_{6,2}$

Esercizio

Esercizio 1.4 (Baldi)

Due numeri vengono estratti, senza reimbussolamento, da un'urna contenente sei palline numerate da 1 a 6. Qual è la probabilità che i due numeri estratti siano consecutivi?

- Ω è l'insieme di tutte le coppie di palline scelte da un insieme di 6.
- Non è importante l'ordine di estrazione: scelte simultanee!
- Dunque $\Omega = \{\{\omega_1, \omega_2\} | \omega_1, \omega_2 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$
- Pertanto $|\Omega| = C_{6,2} = \binom{6}{2}$

Esercizio

Esercizio 1.4 (Baldi)

Due numeri vengono estratti, senza reimbussolamento, da un'urna contenente sei palline numerate da 1 a 6. Qual è la probabilità che i due numeri estratti siano consecutivi?

- Ω è l'insieme di tutte le coppie di palline scelte da un insieme di 6.
- Non è importante l'ordine di estrazione: scelte simultanee!
- Dunque $\Omega = \{\{\omega_1, \omega_2\} | \omega_1, \omega_2 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$
- Pertanto $|\Omega| = C_{6,2} = \binom{6}{2} = \frac{6!}{2!4!}$

Esercizio

Esercizio 1.4 (Baldi)

Due numeri vengono estratti, senza reimbussolamento, da un'urna contenente sei palline numerate da 1 a 6. Qual è la probabilità che i due numeri estratti siano consecutivi?

- Ω è l'insieme di tutte le coppie di palline scelte da un insieme di 6.
- Non è importante l'ordine di estrazione: scelte simultanee!
- Dunque $\Omega = \{\{\omega_1, \omega_2\} | \omega_1, \omega_2 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$
- Pertanto $|\Omega| = C_{6,2} = \binom{6}{2} = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \cdot 5}{2}$

Esercizio

Esercizio 1.4 (Baldi)

Due numeri vengono estratti, senza reimbussolamento, da un'urna contenente sei palline numerate da 1 a 6. Qual è la probabilità che i due numeri estratti siano consecutivi?

- Ω è l'insieme di tutte le coppie di palline scelte da un insieme di 6.
- Non è importante l'ordine di estrazione: scelte simultanee!
- Dunque $\Omega = \{\{\omega_1, \omega_2\} | \omega_1, \omega_2 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$
- Pertanto $|\Omega| = C_{6,2} = \binom{6}{2} = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$.

Esercizio

Esercizio 1.4 (Baldi)

Due numeri vengono estratti, senza reimbussolamento, da un'urna contenente sei palline numerate da 1 a 6. Qual è la probabilità che i due numeri estratti siano consecutivi?

- Ω è l'insieme di tutte le coppie di palline scelte da un insieme di 6.
- Non è importante l'ordine di estrazione: scelte simultanee!
- Dunque $\Omega = \{\{\omega_1, \omega_2\} | \omega_1, \omega_2 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$
- Pertanto $|\Omega| = C_{6,2} = \binom{6}{2} = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$.
- $A =$ "I due numeri sono consecutivi"

Esercizio

Esercizio 1.4 (Baldi)

Due numeri vengono estratti, senza reimbussolamento, da un'urna contenente sei palline numerate da 1 a 6. Qual è la probabilità che i due numeri estratti siano consecutivi?

- Ω è l'insieme di tutte le coppie di palline scelte da un insieme di 6.
- Non è importante l'ordine di estrazione: scelte simultanee!
- Dunque $\Omega = \{\{\omega_1, \omega_2\} | \omega_1, \omega_2 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$
- Pertanto $|\Omega| = C_{6,2} = \binom{6}{2} = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$.
- $A = \text{"I due numeri sono consecutivi"}$
- $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{5, 6\}\}$.

Esercizio

Esercizio 1.4 (Baldi)

Due numeri vengono estratti, senza reimbussolamento, da un'urna contenente sei palline numerate da 1 a 6. Qual è la probabilità che i due numeri estratti siano consecutivi?

- Ω è l'insieme di tutte le coppie di palline scelte da un insieme di 6.
- Non è importante l'ordine di estrazione: scelte simultanee!
- Dunque $\Omega = \{\{\omega_1, \omega_2\} | \omega_1, \omega_2 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$
- Pertanto $|\Omega| = C_{6,2} = \binom{6}{2} = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$.
- $A = \text{"I due numeri sono consecutivi"}$
- $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{5, 6\}\}$.
- Pertanto $|A| = 5$.

Esercizio

Esercizio 1.4 (Baldi)

Due numeri vengono estratti, senza reimbussolamento, da un'urna contenente sei palline numerate da 1 a 6. Qual è la probabilità che i due numeri estratti siano consecutivi?

- Ω è l'insieme di tutte le coppie di palline scelte da un insieme di 6.
- Non è importante l'ordine di estrazione: scelte simultanee!
- Dunque $\Omega = \{\{\omega_1, \omega_2\} | \omega_1, \omega_2 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$
- Pertanto $|\Omega| = C_{6,2} = \binom{6}{2} = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$.
- $A = \text{"I due numeri sono consecutivi"}$
- $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{5, 6\}\}$.
- Pertanto $|A| = 5$.
- Infine, $P(A)$

Esercizio

Esercizio 1.4 (Baldi)

Due numeri vengono estratti, senza reimbussolamento, da un'urna contenente sei palline numerate da 1 a 6. Qual è la probabilità che i due numeri estratti siano consecutivi?

- Ω è l'insieme di tutte le coppie di palline scelte da un insieme di 6.
- Non è importante l'ordine di estrazione: scelte simultanee!
- Dunque $\Omega = \{\{\omega_1, \omega_2\} | \omega_1, \omega_2 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$
- Pertanto $|\Omega| = C_{6,2} = \binom{6}{2} = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$.
- $A =$ "I due numeri sono consecutivi"
- $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{5, 6\}\}$.
- Pertanto $|A| = 5$.
- Infine, $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$

Esercizio

Esercizio 1.4 (Baldi)

Due numeri vengono estratti, senza reimbussolamento, da un'urna contenente sei palline numerate da 1 a 6. Qual è la probabilità che i due numeri estratti siano consecutivi?

- Ω è l'insieme di tutte le coppie di palline scelte da un insieme di 6.
- Non è importante l'ordine di estrazione: scelte simultanee!
- Dunque $\Omega = \{\{\omega_1, \omega_2\} | \omega_1, \omega_2 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$
- Pertanto $|\Omega| = C_{6,2} = \binom{6}{2} = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$.
- $A = \text{"I due numeri sono consecutivi"}$
- $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{5, 6\}\}$.
- Pertanto $|A| = 5$.
- Infine, $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{5}{15}$

Esercizio

Esercizio 1.4 (Baldi)

Due numeri vengono estratti, senza reimbussolamento, da un'urna contenente sei palline numerate da 1 a 6. Qual è la probabilità che i due numeri estratti siano consecutivi?

- Ω è l'insieme di tutte le coppie di palline scelte da un insieme di 6.
- Non è importante l'ordine di estrazione: scelte simultanee!
- Dunque $\Omega = \{\{\omega_1, \omega_2\} | \omega_1, \omega_2 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$
- Pertanto $|\Omega| = C_{6,2} = \binom{6}{2} = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$.
- $A = \text{"I due numeri sono consecutivi"}$
- $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{5, 6\}\}$.
- Pertanto $|A| = 5$.
- Infine, $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$.

Esercizio

Esercizio 1.14 (Baldi)

Un compilatore assegna a ciascuna delle variabili presenti in un programma una cella di memoria scegliendola a caso e in maniera indipendente da una variabile all'altra. In caso di conflitto (cioè se due variabili vengono assegnate alla stessa cella) l'operazione di assegnamento deve essere ripetuta.

Se vi sono n celle di memoria e k variabili, qual è la probabilità che si verifichi un conflitto? Quanto vale questa probabilità per $n = 1000$ e $k = 25$? Si tratta di una probabilità grande? Come valutate questa procedura?

Esercizio

Esercizio 1.14 (Baldi)

Un compilatore assegna a ciascuna delle variabili presenti in un programma una cella di memoria scegliendola a caso e in maniera indipendente da una variabile all'altra. In caso di conflitto (cioè se due variabili vengono assegnate alla stessa cella) l'operazione di assegnamento deve essere ripetuta.

Se vi sono n celle di memoria e k variabili, qual è la probabilità che si verifichi un conflitto? Quanto vale questa probabilità per $n = 1000$ e $k = 25$? Si tratta di una probabilità grande? Come valutate questa procedura?

• $A =$

Esercizio

Esercizio 1.14 (Baldi)

Un compilatore assegna a ciascuna delle variabili presenti in un programma una cella di memoria scegliendola a caso e in maniera indipendente da una variabile all'altra. In caso di conflitto (cioè se due variabili vengono assegnate alla stessa cella) l'operazione di assegnamento deve essere ripetuta.

Se vi sono n celle di memoria e k variabili, qual è la probabilità che si verifichi un conflitto? Quanto vale questa probabilità per $n = 1000$ e $k = 25$? Si tratta di una probabilità grande? Come valutate questa procedura?

-
- $A =$ "Si verifica un conflitto"

Esercizio

Esercizio 1.14 (Baldi)

Un compilatore assegna a ciascuna delle variabili presenti in un programma una cella di memoria scegliendola a caso e in maniera indipendente da una variabile all'altra. In caso di conflitto (cioè se due variabili vengono assegnate alla stessa cella) l'operazione di assegnamento deve essere ripetuta.

Se vi sono n celle di memoria e k variabili, qual è la probabilità che si verifichi un conflitto? Quanto vale questa probabilità per $n = 1000$ e $k = 25$? Si tratta di una probabilità grande? Come valutate questa procedura?

-
- $A = \text{"Si verifica un conflitto"} = \text{"Almeno due variabili in una cella"}.$

Esercizio

Esercizio 1.14 (Baldi)

Un compilatore assegna a ciascuna delle variabili presenti in un programma una cella di memoria scegliendola a caso e in maniera indipendente da una variabile all'altra. In caso di conflitto (cioè se due variabili vengono assegnate alla stessa cella) l'operazione di assegnamento deve essere ripetuta.

Se vi sono n celle di memoria e k variabili, qual è la probabilità che si verifichi un conflitto? Quanto vale questa probabilità per $n = 1000$ e $k = 25$? Si tratta di una probabilità grande? Come valutate questa procedura?

- $A = \text{"Si verifica un conflitto"} = \text{"Almeno due variabili in una cella"}.$
- $\bar{A}$

Esercizio

Esercizio 1.14 (Baldi)

Un compilatore assegna a ciascuna delle variabili presenti in un programma una cella di memoria scegliendola a caso e in maniera indipendente da una variabile all'altra. In caso di conflitto (cioè se due variabili vengono assegnate alla stessa cella) l'operazione di assegnamento deve essere ripetuta.

Se vi sono n celle di memoria e k variabili, qual è la probabilità che si verifichi un conflitto? Quanto vale questa probabilità per $n = 1000$ e $k = 25$? Si tratta di una probabilità grande? Come valutate questa procedura?

- $A = \text{"Si verifica un conflitto"} = \text{"Almeno due variabili in una cella"}.$
- $\bar{A} = \text{"Ad una cella viene assegnata al più una variabile"}.$

Esercizio

Esercizio 1.14 (Baldi)

Un compilatore assegna a ciascuna delle variabili presenti in un programma una cella di memoria scegliendola a caso e in maniera indipendente da una variabile all'altra. In caso di conflitto (cioè se due variabili vengono assegnate alla stessa cella) l'operazione di assegnamento deve essere ripetuta.

Se vi sono n celle di memoria e k variabili, qual è la probabilità che si verifichi un conflitto? Quanto vale questa probabilità per $n = 1000$ e $k = 25$? Si tratta di una probabilità grande? Come valutate questa procedura?

- $A =$ "Si verifica un conflitto" = "Almeno due variabili in una cella".
- $\bar{A} =$ "Ad una cella viene assegnata al più una variabile".
- Spazio campionario: $\Omega = \{(\omega_1, \dots, \omega_k) : \omega_i \in \{1, 2, \dots, n\}\} = \{1, 2, \dots, n\}^k$

Esercizio

Esercizio 1.14 (Baldi)

Un compilatore assegna a ciascuna delle variabili presenti in un programma una cella di memoria scegliendola a caso e in maniera indipendente da una variabile all'altra. In caso di conflitto (cioè se due variabili vengono assegnate alla stessa cella) l'operazione di assegnamento deve essere ripetuta.

Se vi sono n celle di memoria e k variabili, qual è la probabilità che si verifichi un conflitto? Quanto vale questa probabilità per $n = 1000$ e $k = 25$? Si tratta di una probabilità grande? Come valutate questa procedura?

- A = "Si verifica un conflitto" = "Almeno due variabili in una cella".
- $\bar{A}$ = "Ad una cella viene assegnata al più una variabile".
- Spazio campionario: $\Omega = \{(\omega_1, \dots, \omega_k) : \omega_i \in \{1, 2, \dots, n\}\} = \{1, 2, \dots, n\}^k$
- Cardinalità: $|\Omega| = |\{1, 2, \dots, n\}^k|$

Esercizio

Esercizio 1.14 (Baldi)

Un compilatore assegna a ciascuna delle variabili presenti in un programma una cella di memoria scegliendola a caso e in maniera indipendente da una variabile all'altra. In caso di conflitto (cioè se due variabili vengono assegnate alla stessa cella) l'operazione di assegnamento deve essere ripetuta.

Se vi sono n celle di memoria e k variabili, qual è la probabilità che si verifichi un conflitto? Quanto vale questa probabilità per $n = 1000$ e $k = 25$? Si tratta di una probabilità grande? Come valutate questa procedura?

- $A =$ "Si verifica un conflitto" = "Almeno due variabili in una cella".
- $\bar{A} =$ "Ad una cella viene assegnata al più una variabile".
- Spazio campionario: $\Omega = \{(\omega_1, \dots, \omega_k) : \omega_i \in \{1, 2, \dots, n\}\} = \{1, 2, \dots, n\}^k$
- Cardinalità: $|\Omega| = |\{1, 2, \dots, n\}^k| = n^k$.

Esercizio

Esercizio 1.14 (Baldi)

Un compilatore assegna a ciascuna delle variabili presenti in un programma una cella di memoria scegliendola a caso e in maniera indipendente da una variabile all'altra. In caso di conflitto (cioè se due variabili vengono assegnate alla stessa cella) l'operazione di assegnamento deve essere ripetuta.

Se vi sono n celle di memoria e k variabili, qual è la probabilità che si verifichi un conflitto? Quanto vale questa probabilità per $n = 1000$ e $k = 25$? Si tratta di una probabilità grande? Come valutate questa procedura?

- $A =$ "Si verifica un conflitto" = "Almeno due variabili in una cella".
- $\bar{A} =$ "Ad una cella viene assegnata al più una variabile".
- Spazio campionario: $\Omega = \{(\omega_1, \dots, \omega_k) : \omega_i \in \{1, 2, \dots, n\}\} = \{1, 2, \dots, n\}^k$
- Cardinalità: $|\Omega| = |\{1, 2, \dots, n\}^k| = n^k$.
- $\bar{A}$

Esercizio

Esercizio 1.14 (Baldi)

Un compilatore assegna a ciascuna delle variabili presenti in un programma una cella di memoria scegliendola a caso e in maniera indipendente da una variabile all'altra. In caso di conflitto (cioè se due variabili vengono assegnate alla stessa cella) l'operazione di assegnamento deve essere ripetuta.

Se vi sono n celle di memoria e k variabili, qual è la probabilità che si verifichi un conflitto? Quanto vale questa probabilità per $n = 1000$ e $k = 25$? Si tratta di una probabilità grande? Come valutate questa procedura?

- $A = \text{"Si verifica un conflitto"} = \text{"Almeno due variabili in una cella"}.$
- $\bar{A} = \text{"Ad una cella viene assegnata al più una variabile"}.$
- Spazio campionario: $\Omega = \{(\omega_1, \dots, \omega_k) : \omega_i \in \{1, 2, \dots, n\}\} = \{1, 2, \dots, n\}^k$
- Cardinalità: $|\Omega| = |\{1, 2, \dots, n\}^k| = n^k.$
- $\bar{A} = \{\omega \in \Omega : \omega_i \neq \omega_j, \forall i \neq j\}.$

Esercizio

Esercizio 1.14 (Baldi)

Un compilatore assegna a ciascuna delle variabili presenti in un programma una cella di memoria scegliendola a caso e in maniera indipendente da una variabile all'altra. In caso di conflitto (cioè se due variabili vengono assegnate alla stessa cella) l'operazione di assegnamento deve essere ripetuta.

Se vi sono n celle di memoria e k variabili, qual è la probabilità che si verifichi un conflitto? Quanto vale questa probabilità per $n = 1000$ e $k = 25$? Si tratta di una probabilità grande? Come valutate questa procedura?

- $A = \text{"Si verifica un conflitto"} = \text{"Almeno due variabili in una cella"}.$
- $\bar{A} = \text{"Ad una cella viene assegnata al più una variabile"}.$
- Spazio campionario: $\Omega = \{(\omega_1, \dots, \omega_k) : \omega_i \in \{1, 2, \dots, n\}\} = \{1, 2, \dots, n\}^k$
- Cardinalità: $|\Omega| = |\{1, 2, \dots, n\}^k| = n^k.$
- $\bar{A} = \{\omega \in \Omega : \omega_i \neq \omega_j, \forall i \neq j\}.$ Dunque $|\bar{A}|$

Esercizio

Esercizio 1.14 (Baldi)

Un compilatore assegna a ciascuna delle variabili presenti in un programma una cella di memoria scegliendola a caso e in maniera indipendente da una variabile all'altra. In caso di conflitto (cioè se due variabili vengono assegnate alla stessa cella) l'operazione di assegnamento deve essere ripetuta.

Se vi sono n celle di memoria e k variabili, qual è la probabilità che si verifichi un conflitto? Quanto vale questa probabilità per $n = 1000$ e $k = 25$? Si tratta di una probabilità grande? Come valutate questa procedura?

- $A = \text{"Si verifica un conflitto"} = \text{"Almeno due variabili in una cella"}.$
- $\bar{A} = \text{"Ad una cella viene assegnata al più una variabile"}.$
- Spazio campionario: $\Omega = \{(\omega_1, \dots, \omega_k) : \omega_i \in \{1, 2, \dots, n\}\} = \{1, 2, \dots, n\}^k$
- Cardinalità: $|\Omega| = |\{1, 2, \dots, n\}^k| = n^k.$
- $\bar{A} = \{\omega \in \Omega : \omega_i \neq \omega_j, \forall i \neq j\}.$ Dunque $|\bar{A}| = D_{n,k}$

Esercizio

Esercizio 1.14 (Baldi)

Un compilatore assegna a ciascuna delle variabili presenti in un programma una cella di memoria scegliendola a caso e in maniera indipendente da una variabile all'altra. In caso di conflitto (cioè se due variabili vengono assegnate alla stessa cella) l'operazione di assegnamento deve essere ripetuta.

Se vi sono n celle di memoria e k variabili, qual è la probabilità che si verifichi un conflitto? Quanto vale questa probabilità per $n = 1000$ e $k = 25$? Si tratta di una probabilità grande? Come valutate questa procedura?

- $A = \text{"Si verifica un conflitto"} = \text{"Almeno due variabili in una cella"}.$
- $\bar{A} = \text{"Ad una cella viene assegnata al più una variabile"}.$
- Spazio campionario: $\Omega = \{(\omega_1, \dots, \omega_k) : \omega_i \in \{1, 2, \dots, n\}\} = \{1, 2, \dots, n\}^k$
- Cardinalità: $|\Omega| = |\{1, 2, \dots, n\}^k| = n^k.$
- $\bar{A} = \{\omega \in \Omega : \omega_i \neq \omega_j, \forall i \neq j\}.$ Dunque $|\bar{A}| = D_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}.$

Esercizio

Esercizio 1.14 (Baldi)

Un compilatore assegna a ciascuna delle variabili presenti in un programma una cella di memoria scegliendola a caso e in maniera indipendente da una variabile all'altra. In caso di conflitto (cioè se due variabili vengono assegnate alla stessa cella) l'operazione di assegnamento deve essere ripetuta.

Se vi sono n celle di memoria e k variabili, qual è la probabilità che si verifichi un conflitto? Quanto vale questa probabilità per $n = 1000$ e $k = 25$? Si tratta di una probabilità grande? Come valutate questa procedura?

- $A = \text{"Si verifica un conflitto"} = \text{"Almeno due variabili in una cella"}.$
- $\bar{A} = \text{"Ad una cella viene assegnata al più una variabile"}.$
- Spazio campionario: $\Omega = \{(\omega_1, \dots, \omega_k) : \omega_i \in \{1, 2, \dots, n\}\} = \{1, 2, \dots, n\}^k$
- Cardinalità: $|\Omega| = |\{1, 2, \dots, n\}^k| = n^k.$
- $\bar{A} = \{\omega \in \Omega : \omega_i \neq \omega_j, \forall i \neq j\}.$ Dunque $|\bar{A}| = D_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}.$
- Pertanto $P(A)$

Esercizio

Esercizio 1.14 (Baldi)

Un compilatore assegna a ciascuna delle variabili presenti in un programma una cella di memoria scegliendola a caso e in maniera indipendente da una variabile all'altra. In caso di conflitto (cioè se due variabili vengono assegnate alla stessa cella) l'operazione di assegnamento deve essere ripetuta.

Se vi sono n celle di memoria e k variabili, qual è la probabilità che si verifichi un conflitto? Quanto vale questa probabilità per $n = 1000$ e $k = 25$? Si tratta di una probabilità grande? Come valutate questa procedura?

- $A = \text{"Si verifica un conflitto"} = \text{"Almeno due variabili in una cella"}.$
- $\bar{A} = \text{"Ad una cella viene assegnata al più una variabile"}.$
- Spazio campionario: $\Omega = \{(\omega_1, \dots, \omega_k) : \omega_i \in \{1, 2, \dots, n\}\} = \{1, 2, \dots, n\}^k$
- Cardinalità: $|\Omega| = |\{1, 2, \dots, n\}^k| = n^k.$
- $\bar{A} = \{\omega \in \Omega : \omega_i \neq \omega_j, \forall i \neq j\}.$ Dunque $|\bar{A}| = D_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}.$
- Pertanto $P(A) = 1 - P(\bar{A})$

Esercizio

Esercizio 1.14 (Baldi)

Un compilatore assegna a ciascuna delle variabili presenti in un programma una cella di memoria scegliendola a caso e in maniera indipendente da una variabile all'altra. In caso di conflitto (cioè se due variabili vengono assegnate alla stessa cella) l'operazione di assegnamento deve essere ripetuta.

Se vi sono n celle di memoria e k variabili, qual è la probabilità che si verifichi un conflitto? Quanto vale questa probabilità per $n = 1000$ e $k = 25$? Si tratta di una probabilità grande? Come valutate questa procedura?

- $A = \text{"Si verifica un conflitto"} = \text{"Almeno due variabili in una cella"}.$
- $\bar{A} = \text{"Ad una cella viene assegnata al più una variabile"}.$
- Spazio campionario: $\Omega = \{(\omega_1, \dots, \omega_k) : \omega_i \in \{1, 2, \dots, n\}\} = \{1, 2, \dots, n\}^k$
- Cardinalità: $|\Omega| = |\{1, 2, \dots, n\}^k| = n^k.$
- $\bar{A} = \{\omega \in \Omega : \omega_i \neq \omega_j, \forall i \neq j\}.$ Dunque $|\bar{A}| = D_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}.$
- Pertanto $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{\frac{n!}{(n-k)!}}{n^k}.$

Esercizio

Esercizio 1.14 (Baldi)

Un compilatore assegna a ciascuna delle variabili presenti in un programma una cella di memoria scegliendola a caso e in maniera indipendente da una variabile all'altra. In caso di conflitto (cioè se due variabili vengono assegnate alla stessa cella) l'operazione di assegnamento deve essere ripetuta.

Se vi sono n celle di memoria e k variabili, qual è la probabilità che si verifichi un conflitto? Quanto vale questa probabilità per $n = 1000$ e $k = 25$? Si tratta di una probabilità grande? Come valutate questa procedura?

- $A = \text{"Si verifica un conflitto"} = \text{"Almeno due variabili in una cella"}.$
- $\bar{A} = \text{"Ad una cella viene assegnata al più una variabile"}.$
- Spazio campionario: $\Omega = \{(\omega_1, \dots, \omega_k) : \omega_i \in \{1, 2, \dots, n\}\} = \{1, 2, \dots, n\}^k$
- Cardinalità: $|\Omega| = |\{1, 2, \dots, n\}^k| = n^k.$
- $\bar{A} = \{\omega \in \Omega : \omega_i \neq \omega_j, \forall i \neq j\}.$ Dunque $|\bar{A}| = D_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}.$
- Pertanto $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{\frac{n!}{(n-k)!}}{n^k}.$
- Per $n = 1000$ e $k = 25$, avremo $P(A)$

Esercizio

Esercizio 1.14 (Baldi)

Un compilatore assegna a ciascuna delle variabili presenti in un programma una cella di memoria scegliendola a caso e in maniera indipendente da una variabile all'altra. In caso di conflitto (cioè se due variabili vengono assegnate alla stessa cella) l'operazione di assegnamento deve essere ripetuta.

Se vi sono n celle di memoria e k variabili, qual è la probabilità che si verifichi un conflitto? Quanto vale questa probabilità per $n = 1000$ e $k = 25$? Si tratta di una probabilità grande? Come valutate questa procedura?

- $A = \text{"Si verifica un conflitto"} = \text{"Almeno due variabili in una cella"}.$
- $\bar{A} = \text{"Ad una cella viene assegnata al più una variabile"}.$
- Spazio campionario: $\Omega = \{(\omega_1, \dots, \omega_k) : \omega_i \in \{1, 2, \dots, n\}\} = \{1, 2, \dots, n\}^k$
- Cardinalità: $|\Omega| = |\{1, 2, \dots, n\}^k| = n^k.$
- $\bar{A} = \{\omega \in \Omega : \omega_i \neq \omega_j, \forall i \neq j\}.$ Dunque $|\bar{A}| = D_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}.$
- Pertanto $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{\frac{n!}{(n-k)!}}{n^k}.$
- Per $n = 1000$ e $k = 25$, avremo $P(A) = 1 - \frac{1000!}{975! 1000^{25}}$

Esercizio

Esercizio 1.14 (Baldi)

Un compilatore assegna a ciascuna delle variabili presenti in un programma una cella di memoria scegliendola a caso e in maniera indipendente da una variabile all'altra. In caso di conflitto (cioè se due variabili vengono assegnate alla stessa cella) l'operazione di assegnamento deve essere ripetuta.

Se vi sono n celle di memoria e k variabili, qual è la probabilità che si verifichi un conflitto? Quanto vale questa probabilità per $n = 1000$ e $k = 25$? Si tratta di una probabilità grande? Come valutate questa procedura?

- $A = \text{"Si verifica un conflitto"} = \text{"Almeno due variabili in una cella"}.$
- $\bar{A} = \text{"Ad una cella viene assegnata al più una variabile"}.$
- Spazio campionario: $\Omega = \{(\omega_1, \dots, \omega_k) : \omega_i \in \{1, 2, \dots, n\}\} = \{1, 2, \dots, n\}^k$
- Cardinalità: $|\Omega| = |\{1, 2, \dots, n\}^k| = n^k.$
- $\bar{A} = \{\omega \in \Omega : \omega_i \neq \omega_j, \forall i \neq j\}.$ Dunque $|\bar{A}| = D_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}.$
- Pertanto $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{\frac{n!}{(n-k)!}}{n^k}.$
- Per $n = 1000$ e $k = 25$, avremo $P(A) = 1 - \frac{1000!}{1000^{25}} \simeq 1 - 0.739$

Esercizio

Esercizio 1.14 (Baldi)

Un compilatore assegna a ciascuna delle variabili presenti in un programma una cella di memoria scegliendola a caso e in maniera indipendente da una variabile all'altra. In caso di conflitto (cioè se due variabili vengono assegnate alla stessa cella) l'operazione di assegnamento deve essere ripetuta.

Se vi sono n celle di memoria e k variabili, qual è la probabilità che si verifichi un conflitto? Quanto vale questa probabilità per $n = 1000$ e $k = 25$? Si tratta di una probabilità grande? Come valutate questa procedura?

- $A = \text{"Si verifica un conflitto"} = \text{"Almeno due variabili in una cella"}.$
- $\bar{A} = \text{"Ad una cella viene assegnata al più una variabile"}.$
- Spazio campionario: $\Omega = \{(\omega_1, \dots, \omega_k) : \omega_i \in \{1, 2, \dots, n\}\} = \{1, 2, \dots, n\}^k$
- Cardinalità: $|\Omega| = |\{1, 2, \dots, n\}^k| = n^k.$
- $\bar{A} = \{\omega \in \Omega : \omega_i \neq \omega_j, \forall i \neq j\}.$ Dunque $|\bar{A}| = D_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}.$
- Pertanto $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{\frac{n!}{(n-k)!}}{n^k}.$
- Per $n = 1000$ e $k = 25$, avremo $P(A) = 1 - \frac{1000!}{1000^{25}} \simeq 1 - 0.739 = 0.261.$

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: 1 a p_1 , 4 a p_2 , 1 a p_3 , 0 a p_4 , 4 a p_5 .

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: 1 a p_1 , 4 a p_2 , 1 a p_3 , 0 a p_4 , 4 a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: 1 a p_1 , 4 a p_2 , 1 a p_3 , 0 a p_4 , 4 a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...
(10, 0, 0, 0, 0)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: 1 a p_1 , 4 a p_2 , 1 a p_3 , 0 a p_4 , 4 a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

(10, 0, 0, 0, 0) (0, 10, 0, 0, 0)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: 1 a p_1 , 4 a p_2 , 1 a p_3 , 0 a p_4 , 4 a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

(10, 0, 0, 0, 0) (0, 10, 0, 0, 0) (0, 0, 10, 0, 0)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: 1 a p_1 , 4 a p_2 , 1 a p_3 , 0 a p_4 , 4 a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

(10, 0, 0, 0, 0) (0, 10, 0, 0, 0) (0, 0, 10, 0, 0) (0, 0, 0, 10, 0)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: 1 a p_1 , 4 a p_2 , 1 a p_3 , 0 a p_4 , 4 a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

(10, 0, 0, 0, 0) (0, 10, 0, 0, 0) (0, 0, 10, 0, 0) (0, 0, 0, 10, 0) (0, 0, 0, 0, 10)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: 1 a p_1 , 4 a p_2 , 1 a p_3 , 0 a p_4 , 4 a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

(10, 0, 0, 0, 0) (0, 10, 0, 0, 0) (0, 0, 10, 0, 0) (0, 0, 0, 10, 0) (0, 0, 0, 0, 10)
(9, 1, 0, 0, 0)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: 1 a p_1 , 4 a p_2 , 1 a p_3 , 0 a p_4 , 4 a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

(10, 0, 0, 0, 0) (0, 10, 0, 0, 0) (0, 0, 10, 0, 0) (0, 0, 0, 10, 0) (0, 0, 0, 0, 10)
(9, 1, 0, 0, 0) (9, 0, 1, 0, 0)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: 1 a p_1 , 4 a p_2 , 1 a p_3 , 0 a p_4 , 4 a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

(10, 0, 0, 0, 0) (0, 10, 0, 0, 0) (0, 0, 10, 0, 0) (0, 0, 0, 10, 0) (0, 0, 0, 0, 10)
(9, 1, 0, 0, 0) (9, 0, 1, 0, 0) (9, 0, 0, 1, 0)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: 1 a p_1 , 4 a p_2 , 1 a p_3 , 0 a p_4 , 4 a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

(10, 0, 0, 0, 0) (0, 10, 0, 0, 0) (0, 0, 10, 0, 0) (0, 0, 0, 10, 0) (0, 0, 0, 0, 10)
(9, 1, 0, 0, 0) (9, 0, 1, 0, 0) (9, 0, 0, 1, 0) (9, 0, 0, 0, 1)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: **1** a p_1 , **4** a p_2 , **1** a p_3 , **0** a p_4 , **4** a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

(10, 0, 0, 0, 0) (0, 10, 0, 0, 0) (0, 0, 10, 0, 0) (0, 0, 0, 10, 0) (0, 0, 0, 0, 10)
(9, 1, 0, 0, 0) (9, 0, 1, 0, 0) (9, 0, 0, 1, 0) (9, 0, 0, 0, 1)
(1, 9, 0, 0, 0) (0, 9, 1, 0, 0) (0, 9, 0, 1, 0) (0, 9, 0, 0, 1)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: 1 a p_1 , 4 a p_2 , 1 a p_3 , 0 a p_4 , 4 a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

(10, 0, 0, 0, 0) (0, 10, 0, 0, 0) (0, 0, 10, 0, 0) (0, 0, 0, 10, 0) (0, 0, 0, 0, 10)
(9, 1, 0, 0, 0) (9, 0, 1, 0, 0) (9, 0, 0, 1, 0) (9, 0, 0, 0, 1)
(1, 9, 0, 0, 0) (0, 9, 1, 0, 0) (0, 9, 0, 1, 0) (0, 9, 0, 0, 1)
(1, 0, 9, 0, 0) (0, 1, 9, 0, 0) (0, 0, 9, 1, 0) (0, 0, 9, 0, 1)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: **1** a p_1 , **4** a p_2 , **1** a p_3 , **0** a p_4 , **4** a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

(10, 0, 0, 0, 0) (0, 10, 0, 0, 0) (0, 0, 10, 0, 0) (0, 0, 0, 10, 0) (0, 0, 0, 0, 10)
(9, 1, 0, 0, 0) (9, 0, 1, 0, 0) (9, 0, 0, 1, 0) (9, 0, 0, 0, 1)
(1, 9, 0, 0, 0) (0, 9, 1, 0, 0) (0, 9, 0, 1, 0) (0, 9, 0, 0, 1)
(1, 0, 9, 0, 0) (0, 1, 9, 0, 0) (0, 0, 9, 1, 0) (0, 0, 9, 0, 1)
(1, 0, 0, 9, 0) (0, 1, 0, 9, 0) (0, 0, 1, 9, 0) (0, 0, 0, 9, 1)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: 1 a p_1 , 4 a p_2 , 1 a p_3 , 0 a p_4 , 4 a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

(10, 0, 0, 0, 0) (0, 10, 0, 0, 0) (0, 0, 10, 0, 0) (0, 0, 0, 10, 0) (0, 0, 0, 0, 10)
(9, 1, 0, 0, 0) (9, 0, 1, 0, 0) (9, 0, 0, 1, 0) (9, 0, 0, 0, 1)
(1, 9, 0, 0, 0) (0, 9, 1, 0, 0) (0, 9, 0, 1, 0) (0, 9, 0, 0, 1)
(1, 0, 9, 0, 0) (0, 1, 9, 0, 0) (0, 0, 9, 1, 0) (0, 0, 9, 0, 1)
(1, 0, 0, 9, 0) (0, 1, 0, 9, 0) (0, 0, 1, 9, 0) (0, 0, 0, 9, 1)
(1, 0, 0, 0, 9) (0, 1, 0, 0, 9) (0, 0, 1, 0, 9) (0, 0, 0, 1, 9)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: **1** a p_1 , **4** a p_2 , **1** a p_3 , **0** a p_4 , **4** a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

(10, 0, 0, 0, 0) (0, 10, 0, 0, 0) (0, 0, 10, 0, 0) (0, 0, 0, 10, 0) (0, 0, 0, 0, 10)
(9, 1, 0, 0, 0) (9, 0, 1, 0, 0) (9, 0, 0, 1, 0) (9, 0, 0, 0, 1)
(1, 9, 0, 0, 0) (0, 9, 1, 0, 0) (0, 9, 0, 1, 0) (0, 9, 0, 0, 1)
(1, 0, 9, 0, 0) (0, 1, 9, 0, 0) (0, 0, 9, 1, 0) (0, 0, 9, 0, 1)
(1, 0, 0, 9, 0) (0, 1, 0, 9, 0) (0, 0, 1, 9, 0) (0, 0, 0, 9, 1)
(1, 0, 0, 0, 9) (0, 1, 0, 0, 9) (0, 0, 1, 0, 9) (0, 0, 0, 1, 9)
(8, 1, 1, 0, 0)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: **1** a p_1 , **4** a p_2 , **1** a p_3 , **0** a p_4 , **4** a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

(10, 0, 0, 0, 0) (0, 10, 0, 0, 0) (0, 0, 10, 0, 0) (0, 0, 0, 10, 0) (0, 0, 0, 0, 10)
(9, 1, 0, 0, 0) (9, 0, 1, 0, 0) (9, 0, 0, 1, 0) (9, 0, 0, 0, 1)
(1, 9, 0, 0, 0) (0, 9, 1, 0, 0) (0, 9, 0, 1, 0) (0, 9, 0, 0, 1)
(1, 0, 9, 0, 0) (0, 1, 9, 0, 0) (0, 0, 9, 1, 0) (0, 0, 9, 0, 1)
(1, 0, 0, 9, 0) (0, 1, 0, 9, 0) (0, 0, 1, 9, 0) (0, 0, 0, 9, 1)
(1, 0, 0, 0, 9) (0, 1, 0, 0, 9) (0, 0, 1, 0, 9) (0, 0, 0, 1, 9)
(8, 1, 1, 0, 0) (8, 1, 0, 1, 0)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: **1** a p_1 , **4** a p_2 , **1** a p_3 , **0** a p_4 , **4** a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

(10, 0, 0, 0, 0) (0, 10, 0, 0, 0) (0, 0, 10, 0, 0) (0, 0, 0, 10, 0) (0, 0, 0, 0, 10)
(9, 1, 0, 0, 0) (9, 0, 1, 0, 0) (9, 0, 0, 1, 0) (9, 0, 0, 0, 1)
(1, 9, 0, 0, 0) (0, 9, 1, 0, 0) (0, 9, 0, 1, 0) (0, 9, 0, 0, 1)
(1, 0, 9, 0, 0) (0, 1, 9, 0, 0) (0, 0, 9, 1, 0) (0, 0, 9, 0, 1)
(1, 0, 0, 9, 0) (0, 1, 0, 9, 0) (0, 0, 1, 9, 0) (0, 0, 0, 9, 1)
(1, 0, 0, 0, 9) (0, 1, 0, 0, 9) (0, 0, 1, 0, 9) (0, 0, 0, 1, 9)
(8, 1, 1, 0, 0) (8, 1, 0, 1, 0) (8, 1, 0, 0, 1)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: **1** a p_1 , **4** a p_2 , **1** a p_3 , **0** a p_4 , **4** a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

(10, 0, 0, 0, 0) (0, 10, 0, 0, 0) (0, 0, 10, 0, 0) (0, 0, 0, 10, 0) (0, 0, 0, 0, 10)
(9, 1, 0, 0, 0) (9, 0, 1, 0, 0) (9, 0, 0, 1, 0) (9, 0, 0, 0, 1)
(1, 9, 0, 0, 0) (0, 9, 1, 0, 0) (0, 9, 0, 1, 0) (0, 9, 0, 0, 1)
(1, 0, 9, 0, 0) (0, 1, 9, 0, 0) (0, 0, 9, 1, 0) (0, 0, 9, 0, 1)
(1, 0, 0, 9, 0) (0, 1, 0, 9, 0) (0, 0, 1, 9, 0) (0, 0, 0, 9, 1)
(1, 0, 0, 0, 9) (0, 1, 0, 0, 9) (0, 0, 1, 0, 9) (0, 0, 0, 1, 9)
(8, 1, 1, 0, 0) (8, 1, 0, 1, 0) (8, 1, 0, 0, 1) (8, 0, 1, 1, 0)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: **1** a p_1 , **4** a p_2 , **1** a p_3 , **0** a p_4 , **4** a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

(10, 0, 0, 0, 0) (0, 10, 0, 0, 0) (0, 0, 10, 0, 0) (0, 0, 0, 10, 0) (0, 0, 0, 0, 10)
(9, 1, 0, 0, 0) (9, 0, 1, 0, 0) (9, 0, 0, 1, 0) (9, 0, 0, 0, 1)
(1, 9, 0, 0, 0) (0, 9, 1, 0, 0) (0, 9, 0, 1, 0) (0, 9, 0, 0, 1)
(1, 0, 9, 0, 0) (0, 1, 9, 0, 0) (0, 0, 9, 1, 0) (0, 0, 9, 0, 1)
(1, 0, 0, 9, 0) (0, 1, 0, 9, 0) (0, 0, 1, 9, 0) (0, 0, 0, 9, 1)
(1, 0, 0, 0, 9) (0, 1, 0, 0, 9) (0, 0, 1, 0, 9) (0, 0, 0, 1, 9)
(8, 1, 1, 0, 0) (8, 1, 0, 1, 0) (8, 1, 0, 0, 1) (8, 0, 1, 1, 0) (8, 0, 1, 0, 1)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: **1** a p_1 , **4** a p_2 , **1** a p_3 , **0** a p_4 , **4** a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

(10, 0, 0, 0, 0) (0, 10, 0, 0, 0) (0, 0, 10, 0, 0) (0, 0, 0, 10, 0) (0, 0, 0, 0, 10)
(9, 1, 0, 0, 0) (9, 0, 1, 0, 0) (9, 0, 0, 1, 0) (9, 0, 0, 0, 1)
(1, 9, 0, 0, 0) (0, 9, 1, 0, 0) (0, 9, 0, 1, 0) (0, 9, 0, 0, 1)
(1, 0, 9, 0, 0) (0, 1, 9, 0, 0) (0, 0, 9, 1, 0) (0, 0, 9, 0, 1)
(1, 0, 0, 9, 0) (0, 1, 0, 9, 0) (0, 0, 1, 9, 0) (0, 0, 0, 9, 1)
(1, 0, 0, 0, 9) (0, 1, 0, 0, 9) (0, 0, 1, 0, 9) (0, 0, 0, 1, 9)
(8, 1, 1, 0, 0) (8, 1, 0, 1, 0) (8, 1, 0, 0, 1) (8, 0, 1, 1, 0) (8, 0, 1, 0, 1) (8, 0, 0, 1, 1)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: **1** a p_1 , **4** a p_2 , **1** a p_3 , **0** a p_4 , **4** a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

(10, 0, 0, 0, 0) (0, 10, 0, 0, 0) (0, 0, 10, 0, 0) (0, 0, 0, 10, 0) (0, 0, 0, 0, 10)
(9, 1, 0, 0, 0) (9, 0, 1, 0, 0) (9, 0, 0, 1, 0) (9, 0, 0, 0, 1)
(1, 9, 0, 0, 0) (0, 9, 1, 0, 0) (0, 9, 0, 1, 0) (0, 9, 0, 0, 1)
(1, 0, 9, 0, 0) (0, 1, 9, 0, 0) (0, 0, 9, 1, 0) (0, 0, 9, 0, 1)
(1, 0, 0, 9, 0) (0, 1, 0, 9, 0) (0, 0, 1, 9, 0) (0, 0, 0, 9, 1)
(1, 0, 0, 0, 9) (0, 1, 0, 0, 9) (0, 0, 1, 0, 9) (0, 0, 0, 1, 9)
(8, 1, 1, 0, 0) (8, 1, 0, 1, 0) (8, 1, 0, 0, 1) (8, 0, 1, 1, 0) (8, 0, 1, 0, 1) (8, 0, 0, 1, 1)
(1, 8, 1, 0, 0) (1, 8, 0, 1, 0) (1, 8, 0, 0, 1) (0, 8, 1, 1, 0) (0, 8, 1, 0, 1) (0, 8, 0, 1, 1)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: **1** a p_1 , **4** a p_2 , **1** a p_3 , **0** a p_4 , **4** a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

(10, 0, 0, 0, 0) (0, 10, 0, 0, 0) (0, 0, 10, 0, 0) (0, 0, 0, 10, 0) (0, 0, 0, 0, 10)
(9, 1, 0, 0, 0) (9, 0, 1, 0, 0) (9, 0, 0, 1, 0) (9, 0, 0, 0, 1)
(1, 9, 0, 0, 0) (0, 9, 1, 0, 0) (0, 9, 0, 1, 0) (0, 9, 0, 0, 1)
(1, 0, 9, 0, 0) (0, 1, 9, 0, 0) (0, 0, 9, 1, 0) (0, 0, 9, 0, 1)
(1, 0, 0, 9, 0) (0, 1, 0, 9, 0) (0, 0, 1, 9, 0) (0, 0, 0, 9, 1)
(1, 0, 0, 0, 9) (0, 1, 0, 0, 9) (0, 0, 1, 0, 9) (0, 0, 0, 1, 9)
(8, 1, 1, 0, 0) (8, 1, 0, 1, 0) (8, 1, 0, 0, 1) (8, 0, 1, 1, 0) (8, 0, 1, 0, 1) (8, 0, 0, 1, 1)
(1, 8, 1, 0, 0) (1, 8, 0, 1, 0) (1, 8, 0, 0, 1) (0, 8, 1, 1, 0) (0, 8, 1, 0, 1) (0, 8, 0, 1, 1)
(1, 1, 8, 0, 0) (1, 0, 8, 1, 0) (1, 0, 8, 0, 1) (0, 1, 8, 1, 0) (0, 1, 8, 0, 1) (0, 0, 8, 1, 1)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: **1** a p_1 , **4** a p_2 , **1** a p_3 , **0** a p_4 , **4** a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

(10, 0, 0, 0, 0)	(0, 10, 0, 0, 0)	(0, 0, 10, 0, 0)	(0, 0, 0, 10, 0)	(0, 0, 0, 0, 10)	
(9, 1, 0, 0, 0)	(9, 0, 1, 0, 0)	(9, 0, 0, 1, 0)	(9, 0, 0, 0, 1)		
(1, 9, 0, 0, 0)	(0, 9, 1, 0, 0)	(0, 9, 0, 1, 0)	(0, 9, 0, 0, 1)		
(1, 0, 9, 0, 0)	(0, 1, 9, 0, 0)	(0, 0, 9, 1, 0)	(0, 0, 9, 0, 1)		
(1, 0, 0, 9, 0)	(0, 1, 0, 9, 0)	(0, 0, 1, 9, 0)	(0, 0, 0, 9, 1)		
(1, 0, 0, 0, 9)	(0, 1, 0, 0, 9)	(0, 0, 1, 0, 9)	(0, 0, 0, 1, 9)		
(8, 1, 1, 0, 0)	(8, 1, 0, 1, 0)	(8, 1, 0, 0, 1)	(8, 0, 1, 1, 0)	(8, 0, 1, 0, 1)	(8, 0, 0, 1, 1)
(1, 8, 1, 0, 0)	(1, 8, 0, 1, 0)	(1, 8, 0, 0, 1)	(0, 8, 1, 1, 0)	(0, 8, 1, 0, 1)	(0, 8, 0, 1, 1)
(1, 1, 8, 0, 0)	(1, 0, 8, 1, 0)	(1, 0, 8, 0, 1)	(0, 1, 8, 1, 0)	(0, 1, 8, 0, 1)	(0, 0, 8, 1, 1)
(1, 1, 0, 8, 0)	(1, 0, 1, 8, 0)	(1, 0, 0, 8, 1)	(0, 1, 1, 8, 0)	(0, 1, 0, 8, 1)	(0, 0, 1, 8, 1)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: **1** a p_1 , **4** a p_2 , **1** a p_3 , **0** a p_4 , **4** a p_5 .
- Contarli tutti? Proviamo...

(10, 0, 0, 0, 0)	(0, 10, 0, 0, 0)	(0, 0, 10, 0, 0)	(0, 0, 0, 10, 0)	(0, 0, 0, 0, 10)	
(9, 1, 0, 0, 0)	(9, 0, 1, 0, 0)	(9, 0, 0, 1, 0)	(9, 0, 0, 0, 1)		
(1, 9, 0, 0, 0)	(0, 9, 1, 0, 0)	(0, 9, 0, 1, 0)	(0, 9, 0, 0, 1)		
(1, 0, 9, 0, 0)	(0, 1, 9, 0, 0)	(0, 0, 9, 1, 0)	(0, 0, 9, 0, 1)		
(1, 0, 0, 9, 0)	(0, 1, 0, 9, 0)	(0, 0, 1, 9, 0)	(0, 0, 0, 9, 1)		
(1, 0, 0, 0, 9)	(0, 1, 0, 0, 9)	(0, 0, 1, 0, 9)	(0, 0, 0, 1, 9)		
(8, 1, 1, 0, 0)	(8, 1, 0, 1, 0)	(8, 1, 0, 0, 1)	(8, 0, 1, 1, 0)	(8, 0, 1, 0, 1)	(8, 0, 0, 1, 1)
(1, 8, 1, 0, 0)	(1, 8, 0, 1, 0)	(1, 8, 0, 0, 1)	(0, 8, 1, 1, 0)	(0, 8, 1, 0, 1)	(0, 8, 0, 1, 1)
(1, 1, 8, 0, 0)	(1, 0, 8, 1, 0)	(1, 0, 8, 0, 1)	(0, 1, 8, 1, 0)	(0, 1, 8, 0, 1)	(0, 0, 8, 1, 1)
(1, 1, 0, 8, 0)	(1, 0, 1, 8, 0)	(1, 0, 0, 8, 1)	(0, 1, 1, 8, 0)	(0, 1, 0, 8, 1)	(0, 0, 1, 8, 1)
(1, 1, 0, 0, 8)	(1, 0, 1, 0, 8)	(1, 0, 0, 1, 8)	(0, 1, 1, 0, 8)	(0, 1, 0, 1, 8)	(0, 0, 1, 1, 8)

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: **1** a p_1 , **4** a p_2 , **1** a p_3 , **0** a p_4 , **4** a p_5 .
- Ragioniamo invece di contarli:

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: **1** a p_1 , **4** a p_2 , **1** a p_3 , **0** a p_4 , **4** a p_5 .
- Ragioniamo invece di contarli: 10 palline:

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: **1** a p_1 , **4** a p_2 , **1** a p_3 , **0** a p_4 , **4** a p_5 .
- Ragioniamo invece di contarli: 10 palline: **oooooooo**

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: **1** a p_1 , **4** a p_2 , **1** a p_3 , **0** a p_4 , **4** a p_5 .
- Ragioniamo invece di contarli: 10 palline: **oooooooo**
- Come posso dividerle?

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: **1** a p_1 , **4** a p_2 , **1** a p_3 , **0** a p_4 , **4** a p_5 .
- Ragioniamo invece di contarli: 10 palline: **oooooooo**
- Come posso dividerle? **o|oooo|o||oooo**

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: **1** a p_1 , **4** a p_2 , **1** a p_3 , **0** a p_4 , **4** a p_5 .
- Ragioniamo invece di contarli: 10 palline: **oooooooo**
- Come posso dividerle? **o|oooo|o||oooo**
- Allora le possibili divisioni sono tutti i modi in cui posso sistemare le 4 barre verticali tra le mie 10 palline.

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: **1** a p_1 , **4** a p_2 , **1** a p_3 , **0** a p_4 , **4** a p_5 .
- Ragioniamo invece di contarli: 10 palline: **oooooooo**
- Come posso dividerle? **o|oooo|o||oooo**
- Allora le possibili divisioni sono tutti i modi in cui posso sistemare le 4 barre verticali tra le mie 10 palline.
- È la stessa cosa che contare le posizioni in cui sistemare le 10 palline in un insieme di $4+10$ posizioni.

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: **1** a p_1 , **4** a p_2 , **1** a p_3 , **0** a p_4 , **4** a p_5 .
- Ragioniamo invece di contarli: 10 palline: **oooooooo**
- Come posso dividerle? **o|oooo|o||oooo**
- Allora le possibili divisioni sono tutti i modi in cui posso sistemare le 4 barre verticali tra le mie 10 palline.
- È la stessa cosa che contare le posizioni in cui sistemare le 10 palline in un insieme di $4+10$ posizioni.
- Dunque sono le combinazioni di 14 oggetti di classe 10:

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: **1** a p_1 , **4** a p_2 , **1** a p_3 , **0** a p_4 , **4** a p_5 .
- Ragioniamo invece di contarli: 10 palline: **oooooooo**
- Come posso dividerle? **o|oooo|o||oooo**
- Allora le possibili divisioni sono tutti i modi in cui posso sistemare le 4 barre verticali tra le mie 10 palline.
- È la stessa cosa che contare le posizioni in cui sistemare le 10 palline in un insieme di $4+10$ posizioni.
- Dunque sono le combinazioni di 14 oggetti di classe 10: $\binom{4+10}{10}$

Combinazioni con ripetizione

Esempio

In quanti modi si possono distribuire tra 5 persone 10 palline identiche?

- Indichiamo con $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ l'insieme delle 5 persone.
- Posso dare: **1** a p_1 , **4** a p_2 , **1** a p_3 , **0** a p_4 , **4** a p_5 .
- Ragioniamo invece di contarli: 10 palline: **oooooooo**
- Come posso dividerle? **o|oooo|o||oooo**
- Allora le possibili divisioni sono tutti i modi in cui posso sistemare le 4 barre verticali tra le mie 10 palline.
- È la stessa cosa che contare le posizioni in cui sistemare le 10 palline in un insieme di $4+10$ posizioni.
- Dunque sono le combinazioni di 14 oggetti di classe 10: $\binom{4+10}{10} = 1001$.

Combinazioni con ripetizione

Definizione (**Combinazione con ripetizione**)

Si chiama **combinazione con ripetizione** di n oggetti di classe k , ogni gruppo formato da k oggetti scelti fra n , che possono essere ripetuti. Il numero di tali oggetti lo indichiamo con $C_{n,k}^*$.

Combinazioni con ripetizione

Definizione (**Combinazione con ripetizione**)

Si chiama **combinazione con ripetizione** di n oggetti di classe k , ogni gruppo formato da k oggetti scelti fra n , che possono essere ripetuti. Il numero di tali oggetti lo indichiamo con $C_{n,k}^*$.

Proposizione (Combinazione con ripetizione)

Il numero $C_{n,k}^*$ coincide con il numero delle n -uple di interi non negativi $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ soluzioni dell'equazione $x_1 + x_2 + \dots + x_n = k$, ed è pari a

$$\binom{n+k-1}{k}.$$