Indipendenza

Indipendenza

Definizione (Indipendenza di eventi)

Due eventi A, B di probabilità non nulla si dicono **indipendenti** se

$$P(A|B) = P(A).$$

Indipendenza

Definizione (Indipendenza di eventi)

Due eventi A, B di probabilità non nulla si dicono **indipendenti** se

$$P(A|B) = P(A).$$

Proposizione

Se A e B sono indipendenti, allora

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \text{ e } P(B|A) = P(B).$$

Indipendenza

Definizione (Indipendenza di eventi)

Due eventi A, B di probabilità non nulla si dicono **indipendenti** se

$$P(A|B) = P(A).$$

Proposizione

Se A e B sono indipendenti, allora

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \text{ e } P(B|A) = P(B).$$

Esempio 55 (Bramanti)

Lanciamo due dadi. Sia

- A l'evento "la somma dei punteggi è dispari";
- B l'evento "il primo dado fa 1";
- C l'evento "la somma dei punteggi fa 7".

Verificare quali coppie di eventi sono indipendenti.

Indipendenza

Indipendenza

Quando possiamo dire che una famiglia di eventi A_1, A_2, ..., A_n è indipendente?

Indipendenza

Quando possiamo dire che una famiglia di eventi A_1, A_2, ..., A_n è indipendente?

Esempio (Indipendenza di più eventi)

Sia $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$ uno spazio campionario uniforme e

$$A_1 = \{1, 4\} \quad A_2 = \{2, 4\} \quad A_3 = \{3, 4\}$$

- A_1, A_2 e A_3 sono indipendenti a due a due. Infatti...
- Tuttavia la conoscenza simultanea di A_1 e A_2, dà informazioni su A_3: $A_1 \cap A_2$ e A_3 non sono indipendenti. Infatti...

Indipendenza

Quando possiamo dire che una famiglia di eventi A_1, A_2, ..., A_n è indipendente?

Esempio (Indipendenza di più eventi)

Sia $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$ uno spazio campionario uniforme e

$$A_1 = \{1, 4\} \quad A_2 = \{2, 4\} \quad A_3 = \{3, 4\}$$

- A_1, A_2 e A_3 sono indipendenti a due a due. Infatti...
- Tuttavia la conoscenza simultanea di A_1 e A_2, dà informazioni su A_3: $A_1 \cap A_2$ e A_3 non sono indipendenti. Infatti...

Definizione (Famiglia di eventi indipendenti)

Si dice che n eventi A_1, A_2, ..., A_n costituiscono una **famiglia di eventi indipendenti** se

- $P(A_i \cap A_j) = P(A_i)P(A_j)$ per ogni i, j diversi tra loro;
- $P(A_i \cap A_j \cap A_k) = P(A_i)P(A_j)P(A_k)$ per ogni i, j, k diversi tra loro;
- ...
- $P(A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_n) = P(A_1)P(A_2) \dots P(A_n)$.

Affidabilità di un sistema

Definizione (Connessione dei componenti)

Sia S un sistema costituito da n componenti A_i indipendenti, ovvero gli n eventi "Il componente A_i funziona correttamente" formano una famiglia di eventi indipendenti.

- Si dice che i componenti sono connessi **in serie** se il sistema funziona se e solo se funzionano **tutti** i componenti.
- Si dice che i componenti sono connessi **in parallelo** se il sistema funziona se e solo se funziona **almeno un** componente.

Affidabilità di un sistema

Definizione (Connessione dei componenti)

Sia S un sistema costituito da n componenti A_i indipendenti, ovvero gli n eventi "Il componente A_i funziona correttamente" formano una famiglia di eventi indipendenti.

- Si dice che i componenti sono connessi **in serie** se il sistema funziona se e solo se funzionano **tutti** i componenti.
- Si dice che i componenti sono connessi **in parallelo** se il sistema funziona se e solo se funziona **almeno un** componente.

Proposizione (Affidabilità di un sistema)

Sia S un sistema formato da n componenti di affidabilità a_1, a_2, ..., a_n. Allora:

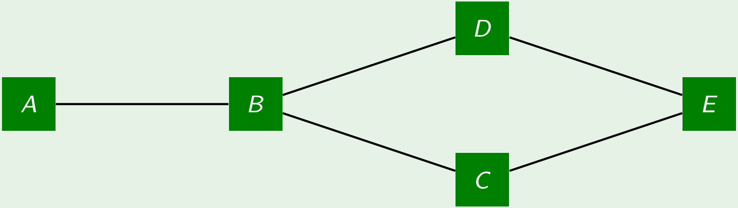
- Se i componenti sono connessi in serie, l'*affidabilità* del sistema è
$$a = a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n.$$
- Se i componenti sono connessi in parallelo, l'*affidabilità* del sistema è
$$a = 1 - (1 - a_1) \cdot (1 - a_2) \cdot \ldots \cdot (1 - a_n).$$

Affidabilità di un sistema

Esempio 61 (Bramanti)

Si calcoli l'affidabilità del sistema schematizzato in figura, supponendo che i componenti abbiano le seguenti affidabilità:

$$A : 0.95 \quad B : 0.99 \quad C : 0.70 \quad D : 0.70 \quad E : 0.90$$

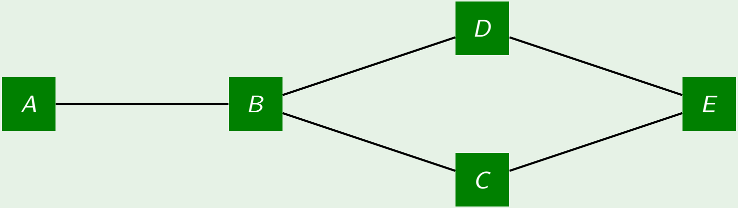


Affidabilità di un sistema

Esempio 61 (Bramanti)

Si calcoli l'affidabilità del sistema schematizzato in figura, supponendo che i componenti abbiano le seguenti affidabilità:

$$A : 0.95 \quad B : 0.99 \quad C : 0.70 \quad D : 0.70 \quad E : 0.90$$



Osservazione

- Connettere più componenti in serie diminuisce l'affidabilità del sistema.
- Connettere più componenti in parallelo aumenta l'affidabilità del sistema.

Problema di Monty Hall

Esercizio (Problema di Monty Hall)

In un gioco a premi vengono mostrate ad un concorrente **tre porte chiuse**. Dietro ad una si trova un'automobile, mentre ciascuna delle altre due nasconde una capra. Il giocatore pu scegliere una delle tre porte, vincendo il premio corrispondente. Dopo che **il giocatore ha selezionato una porta**, ma non l'ha ancora aperta, il conduttore - che conosce cosa si trova dietro ogni porta - apre una di quelle che nasconde una capra, e offre al giocatore la **possibilità di cambiare la propria scelta iniziale**.
Conviene cambiare porta?