

MATEMATICA PER L'ANALISI DEI DATI

Capitolo 3: Variabili Aleatorie e Modelli Probabilistici

3.1 Variabili Aleatorie Discrete

Giovanni Amendola

Corso di laurea triennale in Informatica
Università della Calabria

Anno Accademico 2020/2021

Variabile Aleatoria Discreta

Intuitivamente, una **variabile aleatoria** è una quantità che può assumere valori diversi, in dipendenza da qualche fenomeno casuale.

Variabile Aleatoria Discreta

Intuitivamente, una **variabile aleatoria** è una quantità che può assumere valori diversi, in dipendenza da qualche fenomeno casuale.

Esempio

Se alla roulette ho puntato 3 euro sul “rosso”, 1 euro sul “15 nero” e 2 euro sul “dispari”, la **somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero** è una variabile aleatoria.

- $X =$ “somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero”.
- Funzione definita sullo spazio campionario Ω degli esiti della roulette, a valori reali.

Variabile Aleatoria Discreta

Intuitivamente, una **variabile aleatoria** è una quantità che può assumere valori diversi, in dipendenza da qualche fenomeno casuale.

Esempio

Se alla roulette ho puntato 3 euro sul “rosso”, 1 euro sul “15 nero” e 2 euro sul “dispari”, la **somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero** è una variabile aleatoria.

- $X =$ “somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero”.
- Funzione definita sullo spazio campionario Ω degli esiti della roulette, a valori reali.

Definizione (**Variabile Aleatoria**)

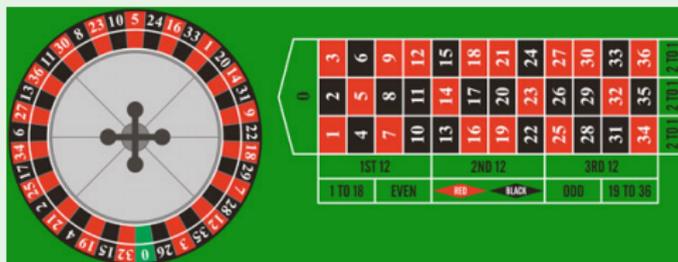
Se Ω è uno spazio campionario discreto, si chiama **variabile aleatoria discreta** una qualunque funzione

$$X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}.$$

Variabile Aleatoria Discreta

Esempio

Se alla roulette (francese) ho puntato 3 euro sul “rosso”, 1 euro sul “15 nero” e 2 euro sul “dispari”, la **somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero** è una variabile aleatoria.

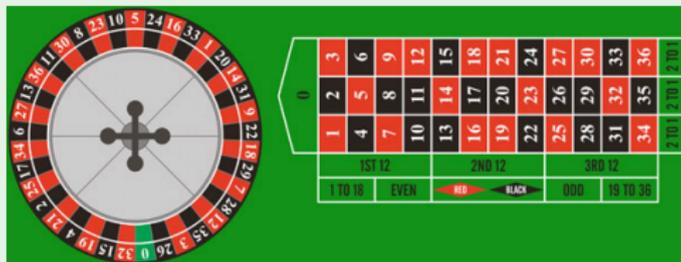


- $X =$ “somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero”.

Variabile Aleatoria Discreta

Esempio

Se alla roulette (francese) ho puntato 3 euro sul “rosso”, 1 euro sul “15 nero” e 2 euro sul “dispari”, la **somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero** è una variabile aleatoria.

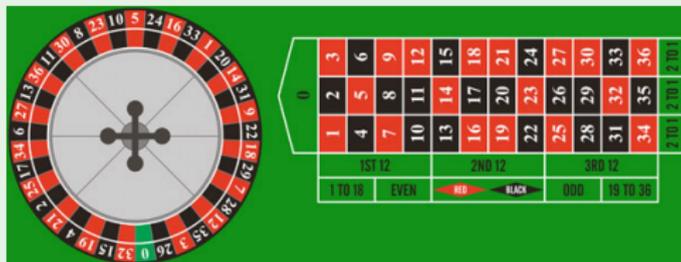


- $X =$ “somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero”.
- $\Omega = \{0, 1, 2, 3, \dots, 35, 36\}$

Variabile Aleatoria Discreta

Esempio

Se alla roulette (francese) ho puntato 3 euro sul “rosso”, 1 euro sul “15 nero” e 2 euro sul “dispari”, la **somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero** è una variabile aleatoria.

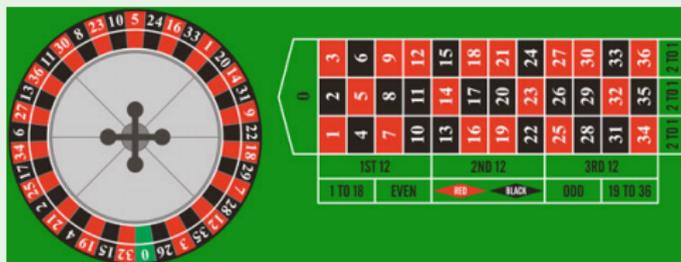


- $X =$ “somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero”.
- $\Omega = \{0, 1, 2, 3, \dots, 35, 36\}$
- $X(1) =$

Variabile Aleatoria Discreta

Esempio

Se alla roulette (francese) ho puntato 3 euro sul “rosso”, 1 euro sul “15 nero” e 2 euro sul “dispari”, la **somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero** è una variabile aleatoria.

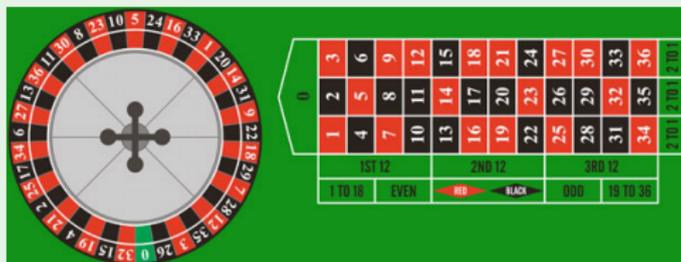


- $X =$ “somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero”.
- $\Omega = \{0, 1, 2, 3, \dots, 35, 36\}$
- $X(1) = 6 + 4 = 10$

Variabile Aleatoria Discreta

Esempio

Se alla roulette (francese) ho puntato 3 euro sul “rosso”, 1 euro sul “15 nero” e 2 euro sul “dispari”, la **somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero** è una variabile aleatoria.

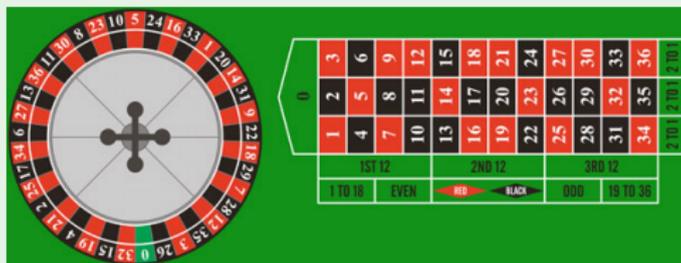


- $X =$ “somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero”.
- $\Omega = \{0, 1, 2, 3, \dots, 35, 36\}$
- $X(1) = 6 + 4 = 10$ $X(2) =$

Variabile Aleatoria Discreta

Esempio

Se alla roulette (francese) ho puntato 3 euro sul “rosso”, 1 euro sul “15 nero” e 2 euro sul “dispari”, la **somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero** è una variabile aleatoria.

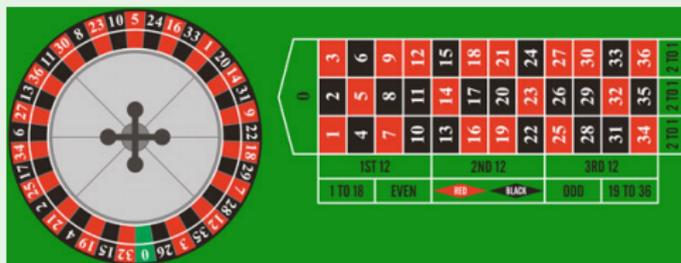


- $X =$ “somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero”.
- $\Omega = \{0, 1, 2, 3, \dots, 35, 36\}$
- $X(1) = 6 + 4 = 10$ $X(2) = 0$

Variabile Aleatoria Discreta

Esempio

Se alla roulette (francese) ho puntato 3 euro sul “rosso”, 1 euro sul “15 nero” e 2 euro sul “dispari”, la **somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero** è una variabile aleatoria.

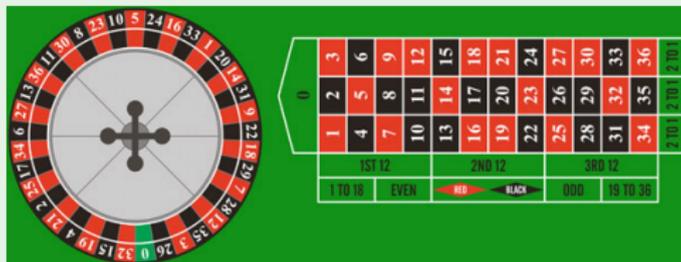


- $X =$ “somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero”.
- $\Omega = \{0, 1, 2, 3, \dots, 35, 36\}$
- $X(1) = 6 + 4 = 10$ $X(2) = 0$ $X(12) =$

Variabile Aleatoria Discreta

Esempio

Se alla roulette (francese) ho puntato 3 euro sul “rosso”, 1 euro sul “15 nero” e 2 euro sul “dispari”, la **somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero** è una variabile aleatoria.

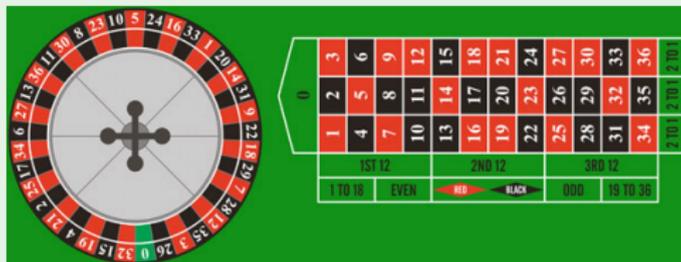


- $X =$ “somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero”.
- $\Omega = \{0, 1, 2, 3, \dots, 35, 36\}$
- $X(1) = 6 + 4 = 10$ $X(2) = 0$ $X(12) = 6$

Variabile Aleatoria Discreta

Esempio

Se alla roulette (francese) ho puntato 3 euro sul “rosso”, 1 euro sul “15 nero” e 2 euro sul “dispari”, la **somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero** è una variabile aleatoria.

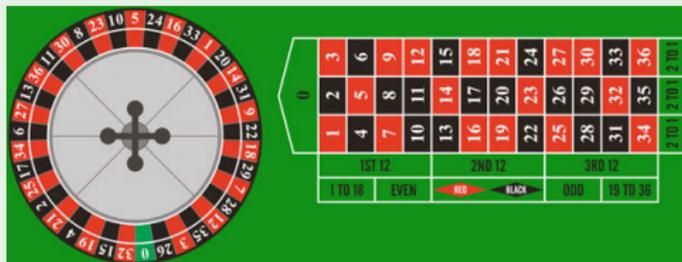


- $X =$ “somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero”.
- $\Omega = \{0, 1, 2, 3, \dots, 35, 36\}$
- $X(1) = 6 + 4 = 10$ $X(2) = 0$ $X(12) = 6$
 $X(15) =$

Variabile Aleatoria Discreta

Esempio

Se alla roulette (francese) ho puntato 3 euro sul “rosso”, 1 euro sul “15 nero” e 2 euro sul “dispari”, la **somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero** è una variabile aleatoria.



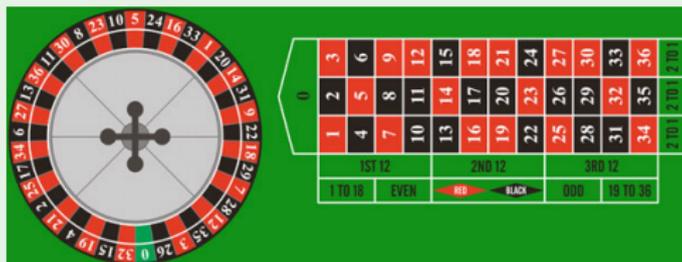
- $X =$ “somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero”.
- $\Omega = \{0, 1, 2, 3, \dots, 35, 36\}$
- $X(1) = 6 + 4 = 10$ $X(2) = 0$ $X(12) = 6$
 $X(15) = 36 + 4 = 40$

Variabile Aleatoria Discreta

Possiamo calcolare la **probabilità** che una variabile aleatoria assuma certi valori.

Esempio

Alla roulette (francese) ho puntato 3 euro sul "rosso", 1 euro sul "15 nero" e 2 euro sul "dispari".



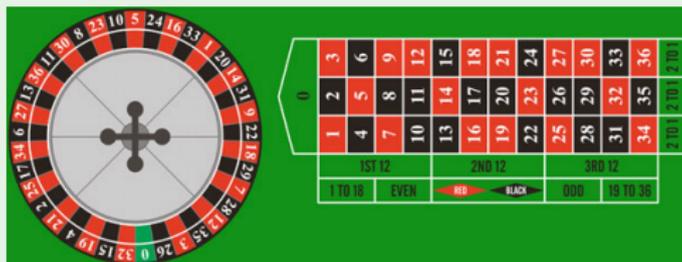
- $X =$ "somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero"; $\Omega = \{0, 1, 2, 3, \dots, 35, 36\}$.
- Qual è la probabilità che X sia pari a 0?

Variabile Aleatoria Discreta

Possiamo calcolare la **probabilità** che una variabile aleatoria assuma certi valori.

Esempio

Alla roulette (francese) ho puntato 3 euro sul "rosso", 1 euro sul "15 nero" e 2 euro sul "dispari".



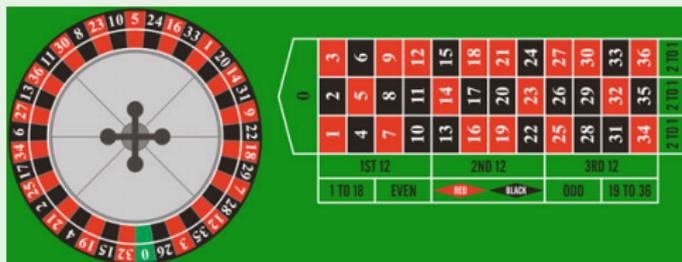
- X = "somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero"; $\Omega = \{0, 1, 2, 3, \dots, 35, 36\}$.
- Qual è la probabilità che X sia pari a 0?
- Per quali elementi di Ω otteniamo 0?

Variabile Aleatoria Discreta

Possiamo calcolare la **probabilità** che una variabile aleatoria assuma certi valori.

Esempio

Alla roulette (francese) ho puntato 3 euro sul "rosso", 1 euro sul "15 nero" e 2 euro sul "dispari".



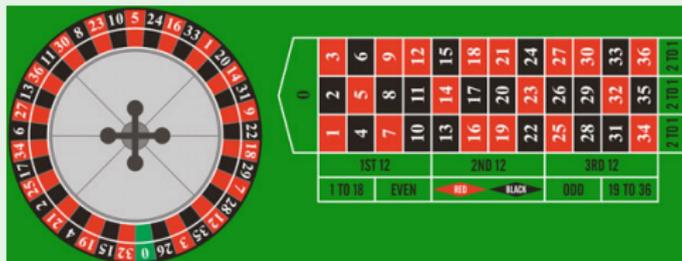
- $X =$ "somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero"; $\Omega = \{0, 1, 2, 3, \dots, 35, 36\}$.
- Qual è la probabilità che X sia pari a 0?
- Per quali elementi di Ω otteniamo 0? 0, 2, 4, 6, 8, 10, 20, 22, 24, 26, 28:
 $X(0) = X(2) = X(4) = X(6) = X(8) = X(10) = X(20) = X(22) = X(24) = X(26) = X(28) = 0$.

Variabile Aleatoria Discreta

Possiamo calcolare la **probabilità** che una variabile aleatoria assuma certi valori.

Esempio

Alla roulette (francese) ho puntato 3 euro sul "rosso", 1 euro sul "15 nero" e 2 euro sul "dispari".



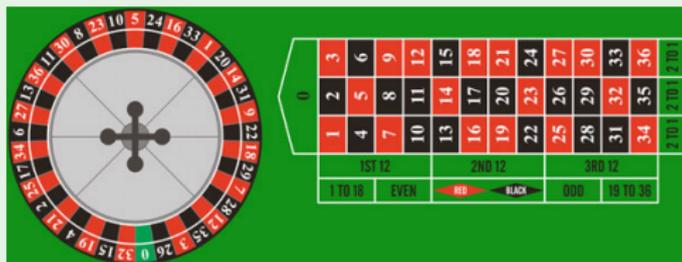
- $X =$ "somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero"; $\Omega = \{0, 1, 2, 3, \dots, 35, 36\}$.
- Qual è la probabilità che X sia pari a 0?
- Per quali elementi di Ω otteniamo 0? 0, 2, 4, 6, 8, 10, 20, 22, 24, 26, 28:
 $X(0) = X(2) = X(4) = X(6) = X(8) = X(10) = X(20) = X(22) = X(24) = X(26) = X(28) = 0$.
- La probabilità di ottenere 0 è esattamente la probabilità ch esca uno di questi numeri.

Variabile Aleatoria Discreta

Possiamo calcolare la **probabilità** che una variabile aleatoria assuma certi valori.

Esempio

Alla roulette (francese) ho puntato 3 euro sul "rosso", 1 euro sul "15 nero" e 2 euro sul "dispari".



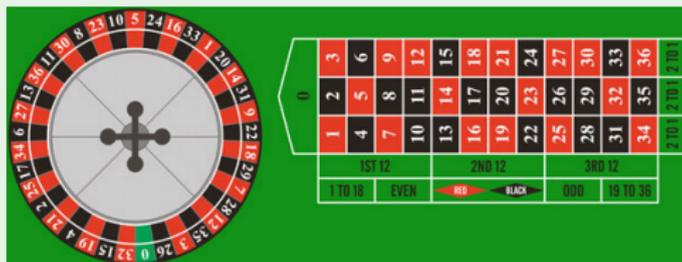
- $X =$ "somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero"; $\Omega = \{0, 1, 2, 3, \dots, 35, 36\}$.
- Qual è la probabilità che X sia pari a 0?
- Per quali elementi di Ω otteniamo 0? 0, 2, 4, 6, 8, 10, 20, 22, 24, 26, 28:
 $X(0) = X(2) = X(4) = X(6) = X(8) = X(10) = X(20) = X(22) = X(24) = X(26) = X(28) = 0$.
- La probabilità di ottenere 0 è esattamente la probabilità che esca uno di questi numeri.
- Vogliamo calcolare la probabilità dell'evento $\{\omega \in \Omega : X(\omega) = 0\} = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 20, 22, 24, 26, 28\}$

Variabile Aleatoria Discreta

Possiamo calcolare la **probabilità** che una variabile aleatoria assuma certi valori.

Esempio

Alla roulette (francese) ho puntato 3 euro sul "rosso", 1 euro sul "15 nero" e 2 euro sul "dispari".



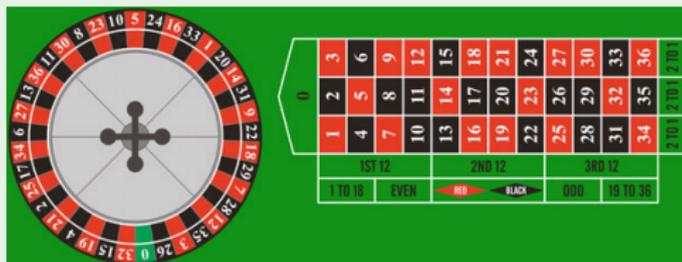
- $X =$ "somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero"; $\Omega = \{0, 1, 2, 3, \dots, 35, 36\}$.
- Qual è la probabilità che X sia pari a 0?
- Per quali elementi di Ω otteniamo 0? $0, 2, 4, 6, 8, 10, 20, 22, 24, 26, 28$:
 $X(0) = X(2) = X(4) = X(6) = X(8) = X(10) = X(20) = X(22) = X(24) = X(26) = X(28) = 0$.
- La probabilità di ottenere 0 è esattamente la probabilità che esca uno di questi numeri.
- Vogliamo calcolare la probabilità dell'evento $\{\omega \in \Omega : X(\omega) = 0\} = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 20, 22, 24, 26, 28\}$
- In modo abbreviato: $X = 0$.

Variabile Aleatoria Discreta

Possiamo calcolare la **probabilità** che una variabile aleatoria assuma certi valori.

Esempio

Alla roulette (francese) ho puntato 3 euro sul "rosso", 1 euro sul "15 nero" e 2 euro sul "dispari".



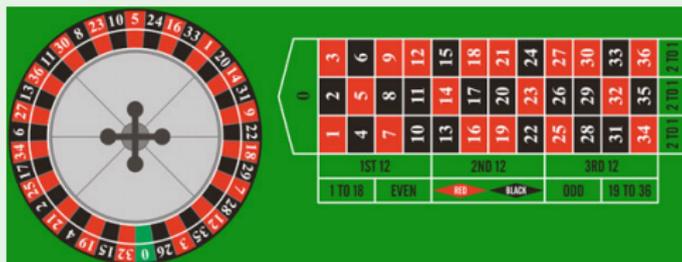
- $X =$ "somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero"; $\Omega = \{0, 1, 2, 3, \dots, 35, 36\}$.
- Qual è la probabilità che X sia pari a 0?
- Per quali elementi di Ω otteniamo 0? $0, 2, 4, 6, 8, 10, 20, 22, 24, 26, 28$:
 $X(0) = X(2) = X(4) = X(6) = X(8) = X(10) = X(20) = X(22) = X(24) = X(26) = X(28) = 0$.
- La probabilità di ottenere 0 è esattamente la probabilità che esca uno di questi numeri.
- Vogliamo calcolare la probabilità dell'evento $\{\omega \in \Omega : X(\omega) = 0\} = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 20, 22, 24, 26, 28\}$
- In modo abbreviato: $X = 0$.
- $P(X = 0) =$

Variabile Aleatoria Discreta

Possiamo calcolare la **probabilità** che una variabile aleatoria assuma certi valori.

Esempio

Alla roulette (francese) ho puntato 3 euro sul "rosso", 1 euro sul "15 nero" e 2 euro sul "dispari".



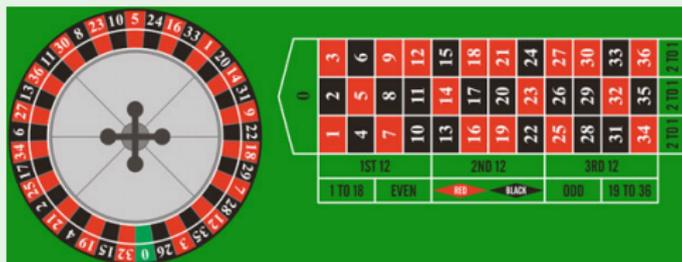
- $X =$ "somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero"; $\Omega = \{0, 1, 2, 3, \dots, 35, 36\}$.
- Qual è la probabilità che X sia pari a 0?
- Per quali elementi di Ω otteniamo 0? $0, 2, 4, 6, 8, 10, 20, 22, 24, 26, 28$:
 $X(0) = X(2) = X(4) = X(6) = X(8) = X(10) = X(20) = X(22) = X(24) = X(26) = X(28) = 0$.
- La probabilità di ottenere 0 è esattamente la probabilità che esca uno di questi numeri.
- Vogliamo calcolare la probabilità dell'evento $\{\omega \in \Omega : X(\omega) = 0\} = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 20, 22, 24, 26, 28\}$
- In modo abbreviato: $X = 0$.
- $P(X = 0) = P(\{0, 2, 4, 6, 8, 10, 20, 22, 24, 26, 28\}) =$

Variabile Aleatoria Discreta

Possiamo calcolare la **probabilità** che una variabile aleatoria assuma certi valori.

Esempio

Alla roulette (francese) ho puntato 3 euro sul "rosso", 1 euro sul "15 nero" e 2 euro sul "dispari".



- $X =$ "somma che otterrò dopo l'uscita del prossimo numero"; $\Omega = \{0, 1, 2, 3, \dots, 35, 36\}$.
- Qual è la probabilità che X sia pari a 0?
- Per quali elementi di Ω otteniamo 0? $0, 2, 4, 6, 8, 10, 20, 22, 24, 26, 28$:
 $X(0) = X(2) = X(4) = X(6) = X(8) = X(10) = X(20) = X(22) = X(24) = X(26) = X(28) = 0$.
- La probabilità di ottenere 0 è esattamente la probabilità che esca uno di questi numeri.
- Vogliamo calcolare la probabilità dell'evento $\{\omega \in \Omega : X(\omega) = 0\} = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 20, 22, 24, 26, 28\}$
- In modo abbreviato: $X = 0$.
- $P(X = 0) = P(\{0, 2, 4, 6, 8, 10, 20, 22, 24, 26, 28\}) = \frac{11}{37}$.

Variabile Aleatoria Discreta

Possiamo calcolare la **probabilità** che una variabile aleatoria assuma certi valori.

Notazione

- "X assume il valore n ": $X = n$;
- "X assume valori compresi tra a e b ": $a < X < b$;
- "X assume valori maggiori di a ": $X > a$;
- "X assume valori appartenenti all'intervallo I ": $X \in I$;
- ecc.

Esempio

$$P(X \geq 5) = P(\{\omega \in \Omega : X(\omega) \geq 5\}).$$

Legge e Densità

Definizione (**Legge di una variabile aleatoria**)

Chiamiamo **legge di una variabile aleatoria** l'applicazione che associa ad ogni intervallo $I \subseteq \mathbb{R}$ il numero $P(X \in I)$. Viene usato il termine **distribuzione** come sinonimo di legge.

Legge e Densità

Definizione (Legge di una variabile aleatoria)

Chiamiamo **legge di una variabile aleatoria** l'applicazione che associa ad ogni intervallo $I \subseteq \mathbb{R}$ il numero $P(X \in I)$. Viene usato il termine **distribuzione** come sinonimo di legge.

Definizione (Densità (discreta) di X)

Sia X una variabile aleatoria discreta e siano $\{x_1, x_2, \dots\}$ i valori che essa può assumere. Si dice **densità (discreta) di X** la funzione p_X che ad ogni valore assunto da X associa la probabilità che X assuma quel valore:

$$p_X(x_k) = P(X = x_k).$$

Legge e Densità

Definizione (Legge di una variabile aleatoria)

Chiamiamo **legge di una variabile aleatoria** l'applicazione che associa ad ogni intervallo $I \subseteq \mathbb{R}$ il numero $P(X \in I)$. Viene usato il termine **distribuzione** come sinonimo di legge.

Definizione (Densità (discreta) di X)

Sia X una variabile aleatoria discreta e siano $\{x_1, x_2, \dots\}$ i valori che essa può assumere. Si dice **densità (discreta) di X** la funzione p_X che ad ogni valore assunto da X associa la probabilità che X assuma quel valore:

$$p_X(x_k) = P(X = x_k).$$

Osservazione: conoscendo la **densità** p_X possiamo calcolare la **legge** di X :

$$P(X \in I) = \sum_{x_k \in I} p_X(x_k).$$

Legge e Densità

Definizione (Legge di una variabile aleatoria)

Chiamiamo **legge di una variabile aleatoria** l'applicazione che associa ad ogni intervallo $I \subseteq \mathbb{R}$ il numero $P(X \in I)$. Viene usato il termine **distribuzione** come sinonimo di legge.

Definizione (Densità (discreta) di X)

Sia X una variabile aleatoria discreta e siano $\{x_1, x_2, \dots\}$ i valori che essa può assumere. Si dice **densità (discreta) di X** la funzione p_X che ad ogni valore assunto da X associa la probabilità che X assuma quel valore:

$$p_X(x_k) = P(X = x_k).$$

Osservazione: conoscendo la **densità** p_X possiamo calcolare la **legge** di X :

$$P(X \in I) = \sum_{x_k \in I} p_X(x_k).$$

Esempio

Somma del punteggio di due dadi.

Indipendenza

Definizione (**Indipendenza**)

Due variabili aleatorie X e Y si dicono **indipendenti** se per ogni coppia di intervalli $I, J \subseteq \mathbb{R}$, si ha

$$P(X \in I, Y \in J) = P(X \in I) \cdot P(Y \in J).$$

Indipendenza

Definizione (**Indipendenza**)

Due variabili aleatorie X e Y si dicono **indipendenti** se per ogni coppia di intervalli $I, J \subseteq \mathbb{R}$, si ha

$$P(X \in I, Y \in J) = P(X \in I) \cdot P(Y \in J).$$

In generale, le variabili aleatorie X_1, X_2, \dots, X_n si dicono indipendenti se scelti n intervalli $I_1, I_2, \dots, I_n \subseteq \mathbb{R}$, si ha

$$P(X_1 \in I_1, X_2 \in I_2, \dots, X_n \in I_n) = P(X_1 \in I_1) \cdot P(X_2 \in I_2) \cdot \dots \cdot P(X_n \in I_n).$$

Indipendenza

Definizione (Indipendenza)

Due variabili aleatorie X e Y si dicono **indipendenti** se per ogni coppia di intervalli $I, J \subseteq \mathbb{R}$, si ha

$$P(X \in I, Y \in J) = P(X \in I) \cdot P(Y \in J).$$

In generale, le variabili aleatorie X_1, X_2, \dots, X_n si dicono indipendenti se scelti n intervalli $I_1, I_2, \dots, I_n \subseteq \mathbb{R}$, si ha

$$P(X_1 \in I_1, X_2 \in I_2, \dots, X_n \in I_n) = P(X_1 \in I_1) \cdot P(X_2 \in I_2) \cdot \dots \cdot P(X_n \in I_n).$$

Esempio

Lanciamo due dadi. Sia X il punteggio del primo dado, Y il punteggio del secondo dado, Z il punteggio totale.

- X e Y sono indipendenti.
- X e Z non sono indipendenti: ad esempio calcolare $P(X = 1, Z = 12)$.

Valore Atteso o Speranza Matematica

Valore Atteso o Speranza Matematica

Esempio

Lanciamo una moneta. Se esce testa vinco 5 euro, se esce croce vinco 15 euro. Quanto è il valore atteso di vincita? Quanto mi *aspetto* di vincere?

Valore Atteso o Speranza Matematica

Esempio

Lanciamo una moneta. Se esce testa vinco 5 euro, se esce croce vinco 15 euro. Quanto è il valore atteso di vincita? Quanto mi *aspetto* di vincere?

- In “media” mi aspetto di vincere 10 euro.

Valore Atteso o Speranza Matematica

Esempio

Lanciamo una moneta. Se esce testa vinco 5 euro, se esce croce vinco 15 euro. Quanto è il valore atteso di vincita? Quanto mi *aspetto* di vincere?

- In “media” mi aspetto di vincere 10 euro.
- la variabile aleatoria X assume due valori: $X(T) = 5$ e $X(C) = 15$.

Valore Atteso o Speranza Matematica

Esempio

Lanciamo una moneta. Se esce testa vinco 5 euro, se esce croce vinco 15 euro. Quanto è il valore atteso di vincita? Quanto mi *aspetto* di vincere?

- In “media” mi aspetto di vincere 10 euro.
- la variabile aleatoria X assume due valori: $X(T) = 5$ e $X(C) = 15$.
- Allora, in media, vinco $\frac{X(T)+X(C)}{2} = \frac{5+15}{2} = 10$.

Valore Atteso o Speranza Matematica

Esempio

Lanciamo una moneta. Se esce testa vinco 5 euro, se esce croce vinco 15 euro. Quanto è il valore atteso di vincita? Quanto mi *aspetto* di vincere?

- In “media” mi aspetto di vincere 10 euro.
- la variabile aleatoria X assume due valori: $X(T) = 5$ e $X(C) = 15$.
- Allora, in media, vinco $\frac{X(T)+X(C)}{2} = \frac{5+15}{2} = 10$.

Esempio

Lanciamo una moneta truccata. Esce testa con probabilità $\frac{3}{4}$ ed esce croce con probabilità $\frac{1}{4}$. Se esce testa vinco 5 euro, se esce croce vinco 15 euro. Quanto è il valore atteso di vincita? Quanto mi *aspetto* di vincere?

Valore Atteso o Speranza Matematica

Esempio

Lanciamo una moneta. Se esce testa vinco 5 euro, se esce croce vinco 15 euro. Quanto è il valore atteso di vincita? Quanto mi *aspetto* di vincere?

- In “media” mi aspetto di vincere 10 euro.
- la variabile aleatoria X assume due valori: $X(T) = 5$ e $X(C) = 15$.
- Allora, in media, vinco $\frac{X(T)+X(C)}{2} = \frac{5+15}{2} = 10$.

Esempio

Lanciamo una moneta truccata. Esce testa con probabilità $\frac{3}{4}$ ed esce croce con probabilità $\frac{1}{4}$. Se esce testa vinco 5 euro, se esce croce vinco 15 euro. Quanto è il valore atteso di vincita? Quanto mi *aspetto* di vincere?

- Non mi aspetto più di vincere in “media” 10 euro.

Valore Atteso o Speranza Matematica

Esempio

Lanciamo una moneta. Se esce testa vinco 5 euro, se esce croce vinco 15 euro. Quanto è il valore atteso di vincita? Quanto mi *aspetto* di vincere?

- In “media” mi aspetto di vincere 10 euro.
- la variabile aleatoria X assume due valori: $X(T) = 5$ e $X(C) = 15$.
- Allora, in media, vinco $\frac{X(T)+X(C)}{2} = \frac{5+15}{2} = 10$.

Esempio

Lanciamo una moneta truccata. Esce testa con probabilità $\frac{3}{4}$ ed esce croce con probabilità $\frac{1}{4}$. Se esce testa vinco 5 euro, se esce croce vinco 15 euro. Quanto è il valore atteso di vincita? Quanto mi *aspetto* di vincere?

- Non mi aspetto più di vincere in “media” 10 euro.
- X ha sempre due valori: $X(T) = 5$ e $X(C) = 15$, ma la legge è diversa!

Valore Atteso o Speranza Matematica

Esempio

Lanciamo una moneta. Se esce testa vinco 5 euro, se esce croce vinco 15 euro. Quanto è il valore atteso di vincita? Quanto mi *aspetto* di vincere?

- In “media” mi aspetto di vincere 10 euro.
- la variabile aleatoria X assume due valori: $X(T) = 5$ e $X(C) = 15$.
- Allora, in media, vinco $\frac{X(T)+X(C)}{2} = \frac{5+15}{2} = 10$.

Esempio

Lanciamo una moneta truccata. Esce testa con probabilità $\frac{3}{4}$ ed esce croce con probabilità $\frac{1}{4}$. Se esce testa vinco 5 euro, se esce croce vinco 15 euro. Quanto è il valore atteso di vincita? Quanto mi *aspetto* di vincere?

- Non mi aspetto più di vincere in “media” 10 euro.
- X ha sempre due valori: $X(T) = 5$ e $X(C) = 15$, ma la legge è diversa!
- Dovrò fare una “media pesata”: $\frac{3}{4}X(T) + \frac{1}{4}X(C)$

Valore Atteso o Speranza Matematica

Esempio

Lanciamo una moneta. Se esce testa vinco 5 euro, se esce croce vinco 15 euro. Quanto è il valore atteso di vincita? Quanto mi *aspetto* di vincere?

- In “media” mi aspetto di vincere 10 euro.
- la variabile aleatoria X assume due valori: $X(T) = 5$ e $X(C) = 15$.
- Allora, in media, vinco $\frac{X(T)+X(C)}{2} = \frac{5+15}{2} = 10$.

Esempio

Lanciamo una moneta truccata. Esce testa con probabilità $\frac{3}{4}$ ed esce croce con probabilità $\frac{1}{4}$. Se esce testa vinco 5 euro, se esce croce vinco 15 euro. Quanto è il valore atteso di vincita? Quanto mi *aspetto* di vincere?

- Non mi aspetto più di vincere in “media” 10 euro.
- X ha sempre due valori: $X(T) = 5$ e $X(C) = 15$, ma la legge è diversa!
- Dovrò fare una “media pesata”: $\frac{3}{4}X(T) + \frac{1}{4}X(C) = \frac{15}{4} + \frac{15}{4}$

Valore Atteso o Speranza Matematica

Esempio

Lanciamo una moneta. Se esce testa vinco 5 euro, se esce croce vinco 15 euro. Quanto è il valore atteso di vincita? Quanto mi *aspetto* di vincere?

- In “media” mi aspetto di vincere 10 euro.
- la variabile aleatoria X assume due valori: $X(T) = 5$ e $X(C) = 15$.
- Allora, in media, vinco $\frac{X(T)+X(C)}{2} = \frac{5+15}{2} = 10$.

Esempio

Lanciamo una moneta truccata. Esce testa con probabilità $\frac{3}{4}$ ed esce croce con probabilità $\frac{1}{4}$. Se esce testa vinco 5 euro, se esce croce vinco 15 euro. Quanto è il valore atteso di vincita? Quanto mi *aspetto* di vincere?

- Non mi aspetto più di vincere in “media” 10 euro.
- X ha sempre due valori: $X(T) = 5$ e $X(C) = 15$, ma la legge è diversa!
- Dovrò fare una “media pesata”: $\frac{3}{4}X(T) + \frac{1}{4}X(C) = \frac{15}{4} + \frac{15}{4} = \frac{30}{4}$

Valore Atteso o Speranza Matematica

Esempio

Lanciamo una moneta. Se esce testa vinco 5 euro, se esce croce vinco 15 euro. Quanto è il valore atteso di vincita? Quanto mi *aspetto* di vincere?

- In “media” mi aspetto di vincere 10 euro.
- la variabile aleatoria X assume due valori: $X(T) = 5$ e $X(C) = 15$.
- Allora, in media, vinco $\frac{X(T)+X(C)}{2} = \frac{5+15}{2} = 10$.

Esempio

Lanciamo una moneta truccata. Esce testa con probabilità $\frac{3}{4}$ ed esce croce con probabilità $\frac{1}{4}$. Se esce testa vinco 5 euro, se esce croce vinco 15 euro. Quanto è il valore atteso di vincita? Quanto mi *aspetto* di vincere?

- Non mi aspetto più di vincere in “media” 10 euro.
- X ha sempre due valori: $X(T) = 5$ e $X(C) = 15$, ma la legge è diversa!
- Dovrò fare una “media pesata”: $\frac{3}{4}X(T) + \frac{1}{4}X(C) = \frac{15}{4} + \frac{15}{4} = \frac{30}{4} = 7.5$.

Valore Atteso o Speranza Matematica

Definizione (**Valore atteso**)

Si chiama **valore atteso**, o **media**, o **speranza matematica** di una variabile aleatoria discreta X , il numero

$$E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k),$$

a condizione che la serie converga. Altrimenti X non ha valore atteso finito.

Valore Atteso o Speranza Matematica

Definizione (**Valore atteso**)

Si chiama **valore atteso**, o **media**, o **speranza matematica** di una variabile aleatoria discreta X , il numero

$$E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k),$$

a condizione che la serie converga. Altrimenti X non ha valore atteso finito.

Esercizio

- Calcolare il valore atteso, quando X è il punteggio di un dado.
- Calcolare il valore atteso, quando X è la somma dei punteggi di due dadi.