Gioco del lotto

Esercizio (Gioco del Lotto)

- (a) Supponiamo che ieri sulla ruota di Napoli sia uscito il numero 70.
 - (a1) Qual è la probabilità che venga estratto anche alla prossima estrazione?
 - (a2) Calcolare il valore atteso di vincita di un giocatore che punta 10 euro sull'uscita di un determinato numero.
- (b)
 - (b1) Calcolare il valore atteso per chi punta 10 euro su un ambo.
 - (b2) Calcolare il valore atteso per chi punta 10 euro su un terno.
 - (b3) Calcolare il valore atteso per chi punta 10 euro su una quaterna.
 - (b4) Calcolare il valore atteso per chi punta 10 euro su una cinquina.
- (c) Supponiamo che da 191 estrazioni sulla ruota di Firenze non esce il numero 82. Si tratta del cosiddetto *numero ritardatario*. Qual è la probabilità che esca alla prossima estrazione?
- (d) Qual è la probabilità che non esca il numero 82 sulla ruota di Firenze per 191 estrazioni consecutive?

Proprietà del Valore Atteso

Proprietà del Valore Atteso

Proprietà 1

Se X è una variabile aleatoria con valore atteso finito, $a, b \in \mathbb{R}$, allora

$$E(aX + b) = aE(X) + b.$$

Proprietà del Valore Atteso

Proprietà 1

Se X è una variabile aleatoria con valore atteso finito, $a, b \in \mathbb{R}$, allora

$$E(aX + b) = aE(X) + b.$$

Proprietà 2 (linearità del valore atteso)

Se $X_1, X_2, \dots, X_n$ sono variabili aleatorie con valore atteso finito, allora

$$E(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_n).$$

Proprietà del Valore Atteso

Proprietà 1

Se X è una variabile aleatoria con valore atteso finito, $a, b \in \mathbb{R}$, allora

$$E(aX + b) = aE(X) + b.$$

Proprietà 2 (linearità del valore atteso)

Se $X_1, X_2, \dots, X_n$ sono variabili aleatorie con valore atteso finito, allora

$$E(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_n).$$

Proprietà 3 (indipendenza e prodotto)

Se $X_1, X_2, \dots, X_n$ sono variabili aleatorie **indipendenti** con valore atteso finito, allora

$$E(X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n) = E(X_1) \cdot E(X_2) \cdot \dots \cdot E(X_n).$$

Proprietà del Valore Atteso

Proprietà 1

Se X è una variabile aleatoria con valore atteso finito, $a, b \in \mathbb{R}$, allora

$$E(aX + b) = aE(X) + b.$$

Proprietà 2 (linearità del valore atteso)

Se $X_1, X_2, \dots, X_n$ sono variabili aleatorie con valore atteso finito, allora

$$E(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_n).$$

Proprietà 3 (indipendenza e prodotto)

Se $X_1, X_2, \dots, X_n$ sono variabili aleatorie **indipendenti** con valore atteso finito, allora

$$E(X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n) = E(X_1) \cdot E(X_2) \cdot \dots \cdot E(X_n).$$

Proprietà 4 (valore atteso di una funzione di una variabile aleatoria)

Se X una variabile aleatoria e $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione (continua), allora

$$E(f(X)) = \sum_k f(x_k) \cdot p_X(x_k).$$

Proprietà del Valore Atteso

Esercizio

Sia X la somma dei punteggi di 2 dadi; Y il quadrato del punteggio di un dado; Z il prodotto dei punteggi di due dadi. Calcolare il valore atteso di queste variabili aleatorie.

Paradosso di san Pietroburgo

- **Nicolas Bernoulli**, *lettera a Rémond de Montmort*, **9 settembre 1713**
- **Daniel Bernoulli**, *Specimen theoriae novae de mensura sortis*, nei *Commentari dell'Accademia delle scienze di San Pietroburgo*, **1738**.

Paradosso di san Pietroburgo

- **Nicolas Bernoulli**, *lettera a Rémond de Montmort*, **9 settembre 1713**
- **Daniel Bernoulli**, *Specimen theoriae novae de mensura sortis*, nei *Commentari dell'Accademia delle scienze di San Pietroburgo*, **1738**.

Paradosso sul Valore Atteso o Speranza Matematica

Al gioco di testa o croce, ricevete 2 euro se esce croce al primo lancio; 4 euro se esce soltanto al secondo; 8 se soltanto al terzo; e così via. Qual è il valore da puntare affinché il gioco sia equo?

Paradosso di san Pietroburgo

- **Nicolas Bernoulli**, *lettera a Rémond de Montmort*, **9 settembre 1713**
- **Daniel Bernoulli**, *Specimen theoriae novae de mensura sortis*, nei *Commentari dell'Accademia delle scienze di San Pietroburgo*, **1738**.

Paradosso sul Valore Atteso o Speranza Matematica

Al gioco di testa o croce, ricevete 2 euro se esce croce al primo lancio; 4 euro se esce soltanto al secondo; 8 se soltanto al terzo; e così via. Qual è il valore da puntare affinché il gioco sia equo?

Dalla speranza matematica alla speranza morale

La **speranza morale** è la speranza matematica dell'**utilità marginale** e non del premio.

Paradosso di san Pietroburgo

- **Nicolas Bernoulli**, *lettera a Rémond de Montmort*, **9 settembre 1713**
- **Daniel Bernoulli**, *Specimen theoriae novae de mensura sortis*, nei *Commentari dell'Accademia delle scienze di San Pietroburgo*, **1738**.

Paradosso sul Valore Atteso o Speranza Matematica

Al gioco di testa o croce, ricevete 2 euro se esce croce al primo lancio; 4 euro se esce soltanto al secondo; 8 se soltanto al terzo; e così via. Qual è il valore da puntare affinché il gioco sia equo?

Dalla speranza matematica alla speranza morale

La **speranza morale** è la speranza matematica dell'**utilità marginale** e non del premio.

Daniel Bernoulli considera come utilità il *logaritmo del premio*:

$$U(X) = E(\log(X)) = \sum_{k=1}^{\infty} \log(x_k) \cdot p_X(x_k).$$

Paradosso di san Pietroburgo

- **Nicolas Bernoulli**, *lettera a Rémond de Montmort*, **9 settembre 1713**
- **Daniel Bernoulli**, *Specimen theoriae novae de mensura sortis*, nei *Commentari dell'Accademia delle scienze di San Pietroburgo*, **1738**.

Paradosso sul Valore Atteso o Speranza Matematica

Al gioco di testa o croce, ricevete 2 euro se esce croce al primo lancio; 4 euro se esce soltanto al secondo; 8 se soltanto al terzo; e così via. Qual è il valore da puntare affinché il gioco sia equo?

Dalla speranza matematica alla speranza morale

La **speranza morale** è la speranza matematica dell'**utilità marginale** e non del premio.

Daniel Bernoulli considera come utilità il *logaritmo del premio*:

$$U(X) = E(\log(X)) = \sum_{k=1}^{\infty} \log(x_k) \cdot p_X(x_k).$$

Esempio: $U(X) = \log(4) \simeq 1.39$.

Paradosso di san Pietroburgo

- **Nicolas Bernoulli**, *lettera a Rémond de Montmort*, **9 settembre 1713**
- **Daniel Bernoulli**, *Specimen theoriae novae de mensura sortis*, nei *Commentari dell'Accademia delle scienze di San Pietroburgo*, **1738**.

Paradosso sul Valore Atteso o Speranza Matematica

Al gioco di testa o croce, ricevete 2 euro se esce croce al primo lancio; 4 euro se esce soltanto al secondo; 8 se soltanto al terzo; e così via. Qual è il valore da puntare affinché il gioco sia equo?

Dalla speranza matematica alla speranza morale

La **speranza morale** è la speranza matematica dell'**utilità marginale** e non del premio.

Daniel Bernoulli considera come utilità il *logaritmo del premio*:

$$U(X) = E(\log(X)) = \sum_{k=1}^{\infty} \log(x_k) \cdot p_X(x_k).$$

Esempio: $U(X) = \log(4) \simeq 1.39$. Dovrei puntare $e^{U(X)} = e^{\log(4)} = 4$.