

Processo di Bernoulli

Processo di Bernoulli

Definizione (Esperimento bernoulliano)

Un **esperimento bernoulliano** o **prova di Bernoulli** è un esperimento aleatorio che *può avere solo due esiti possibili*, che chiamiamo convenzionalmente **successo** e **insuccesso**, rispettivamente con probabilità p e $(1 - p)$.

Processo di Bernoulli

Definizione (Esperimento bernoulliano)

Un **esperimento bernoulliano** o **prova di Bernoulli** è un esperimento aleatorio che *può avere solo due esiti possibili*, che chiamiamo convenzionalmente **successo** e **insuccesso**, rispettivamente con probabilità p e $(1 - p)$.

Esempi

- Ottenere testa dal lancio di una moneta.
- Ottenere 7 come somma del punteggio del lancio di due dadi.
- Produrre un pezzo difettoso da una linea produttiva.

Processo di Bernoulli

Definizione (Esperimento bernoulliano)

Un **esperimento bernoulliano** o **prova di Bernoulli** è un esperimento aleatorio che *può avere solo due esiti possibili*, che chiamiamo convenzionalmente **successo** e **insuccesso**, rispettivamente con probabilità p e $(1 - p)$.

Esempi

- Ottenere testa dal lancio di una moneta.
- Ottenere 7 come somma del punteggio del lancio di due dadi.
- Produrre un pezzo difettoso da una linea produttiva.

Definizione (Processo di Bernoulli)

Si dice **processo di Bernoulli** una sequenza di esperimenti di Bernoulli di uguale parametro p , tra loro indipendenti.

Processo di Bernoulli

Definizione (Esperimento bernoulliano)

Un **esperimento bernoulliano** o **prova di Bernoulli** è un esperimento aleatorio che *può avere solo due esiti possibili*, che chiamiamo convenzionalmente **successo** e **insuccesso**, rispettivamente con probabilità p e $(1 - p)$.

Esempi

- Ottenere testa dal lancio di una moneta.
- Ottenere 7 come somma del punteggio del lancio di due dadi.
- Produrre un pezzo difettoso da una linea produttiva.

Definizione (Processo di Bernoulli)

Si dice **processo di Bernoulli** una sequenza di esperimenti di Bernoulli di uguale parametro p , tra loro indipendenti.

Esempi

- Lanciare 20 volte una moneta, osservando quante volte esce testa.
- Lanciare 10 volte due dadi, osservando quante volte si ottiene 7.
- Lanciare una moneta fino a quando esce testa.

Processo di Bernoulli con un numero finito di prove

Processo di Bernoulli con un numero finito di prove

Definizione (**Bernoulliana di parametro p**)

Consideriamo una singola prova di Bernoulli di parametro p . La variabile aleatoria X che vale 1 in caso di successo e 0 in caso di insuccesso si chiama **bernoulliana di parametro p** e si scrive $X \sim B(p)$.

Processo di Bernoulli con un numero finito di prove

Definizione (Bernoulliana di parametro p)

Consideriamo una singola prova di Bernoulli di parametro p . La variabile aleatoria X che vale 1 in caso di successo e 0 in caso di insuccesso si chiama **bernoulliana di parametro p** e si scrive $X \sim B(p)$.

$$P(X = 1) = p \text{ e } P(X = 0) = 1 - p$$

Processo di Bernoulli con un numero finito di prove

Definizione (Bernoulliana di parametro p)

Consideriamo una singola prova di Bernoulli di parametro p . La variabile aleatoria X che vale 1 in caso di successo e 0 in caso di insuccesso si chiama **bernoulliana di parametro p** e si scrive $X \sim B(p)$.

$P(X = 1) = p$ e $P(X = 0) = 1 - p$ (in altri termini $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$)

Processo di Bernoulli con un numero finito di prove

Definizione (Bernoulliana di parametro p)

Consideriamo una singola prova di Bernoulli di parametro p . La variabile aleatoria X che vale 1 in caso di successo e 0 in caso di insuccesso si chiama **bernoulliana di parametro p** e si scrive $X \sim B(p)$.

$P(X = 1) = p$ e $P(X = 0) = 1 - p$ (in altri termini $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$)

- Consideriamo un **processo di Bernoulli di parametro p di n prove**.

Processo di Bernoulli con un numero finito di prove

Definizione (Bernoulliana di parametro p)

Consideriamo una singola prova di Bernoulli di parametro p . La variabile aleatoria X che vale 1 in caso di successo e 0 in caso di insuccesso si chiama **bernoulliana di parametro p** e si scrive $X \sim B(p)$.

$P(X = 1) = p$ e $P(X = 0) = 1 - p$ (in altri termini $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$)

- Consideriamo un **processo di Bernoulli di parametro p di n prove**.
- Ogni prova è descritta da una variabile aleatoria di legge $B(p)$.

Processo di Bernoulli con un numero finito di prove

Definizione (Bernoulliana di parametro p)

Consideriamo una singola prova di Bernoulli di parametro p . La variabile aleatoria X che vale 1 in caso di successo e 0 in caso di insuccesso si chiama **bernoulliana di parametro p** e si scrive $X \sim B(p)$.

$P(X = 1) = p$ e $P(X = 0) = 1 - p$ (in altri termini $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$)

- Consideriamo un **processo di Bernoulli di parametro p di n prove**.
- Ogni prova è descritta da una variabile aleatoria di legge $B(p)$.
- Dunque: abbiamo n variabili aleatorie di **uguale legge e indipendenti**.

Processo di Bernoulli con un numero finito di prove

Definizione (Bernoulliana di parametro p)

Consideriamo una singola prova di Bernoulli di parametro p . La variabile aleatoria X che vale 1 in caso di successo e 0 in caso di insuccesso si chiama **bernoulliana di parametro p** e si scrive $X \sim B(p)$.

$P(X = 1) = p$ e $P(X = 0) = 1 - p$ (in altri termini $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$)

- Consideriamo un **processo di Bernoulli di parametro p di n prove**.
- Ogni prova è descritta da una variabile aleatoria di legge $B(p)$.
- Dunque: abbiamo n variabili aleatorie di **uguale legge e indipendenti**.

Esempio (Lanciamo 3 volte un dado osservando l'uscita dell'1)

- Ogni lancio è descritto da una variabile aleatoria: X_1 , X_2 e X_3 .

Processo di Bernoulli con un numero finito di prove

Definizione (Bernoulliana di parametro p)

Consideriamo una singola prova di Bernoulli di parametro p . La variabile aleatoria X che vale 1 in caso di successo e 0 in caso di insuccesso si chiama **bernoulliana di parametro p** e si scrive $X \sim B(p)$.

$P(X = 1) = p$ e $P(X = 0) = 1 - p$ (in altri termini $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$)

- Consideriamo un **processo di Bernoulli di parametro p di n prove**.
- Ogni prova è descritta da una variabile aleatoria di legge $B(p)$.
- Dunque: abbiamo n variabili aleatorie di **uguale legge e indipendenti**.

Esempio (Lanciamo 3 volte un dado osservando l'uscita dell'1)

- Ogni lancio è descritto da una variabile aleatoria: X_1 , X_2 e X_3 .
- Qual è la legge di queste variabili aleatorie?

Processo di Bernoulli con un numero finito di prove

Definizione (Bernoulliana di parametro p)

Consideriamo una singola prova di Bernoulli di parametro p . La variabile aleatoria X che vale 1 in caso di successo e 0 in caso di insuccesso si chiama **bernoulliana di parametro p** e si scrive $X \sim B(p)$.

$P(X = 1) = p$ e $P(X = 0) = 1 - p$ (in altri termini $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$)

- Consideriamo un **processo di Bernoulli di parametro p di n prove**.
- Ogni prova è descritta da una variabile aleatoria di legge $B(p)$.
- Dunque: abbiamo n variabili aleatorie di **uguale legge e indipendenti**.

Esempio (Lanciamo 3 volte un dado osservando l'uscita dell'1)

- Ogni lancio è descritto da una variabile aleatoria: X_1 , X_2 e X_3 .
- Qual è la legge di queste variabili aleatorie? $B(1/6)$.

Processo di Bernoulli con un numero finito di prove

Definizione (Bernoulliana di parametro p)

Consideriamo una singola prova di Bernoulli di parametro p . La variabile aleatoria X che vale 1 in caso di successo e 0 in caso di insuccesso si chiama **bernoulliana di parametro p** e si scrive $X \sim B(p)$.

$P(X = 1) = p$ e $P(X = 0) = 1 - p$ (in altri termini $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$)

- Consideriamo un **processo di Bernoulli di parametro p di n prove**.
- Ogni prova è descritta da una variabile aleatoria di legge $B(p)$.
- Dunque: abbiamo n variabili aleatorie di **uguale legge e indipendenti**.

Esempio (Lanciamo 3 volte un dado osservando l'uscita dell'1)

- Ogni lancio è descritto da una variabile aleatoria: X_1 , X_2 e X_3 .
- Qual è la legge di queste variabili aleatorie? $B(1/6)$.
- È un processo di Bernoulli di parametro $1/6$ di 3 prove.

Processo di Bernoulli con un numero finito di prove

Definizione (Bernoulliana di parametro p)

Consideriamo una singola prova di Bernoulli di parametro p . La variabile aleatoria X che vale 1 in caso di successo e 0 in caso di insuccesso si chiama **bernoulliana di parametro p** e si scrive $X \sim B(p)$.

$P(X = 1) = p$ e $P(X = 0) = 1 - p$ (in altri termini $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$)

- Consideriamo un **processo di Bernoulli di parametro p di n prove**.
- Ogni prova è descritta da una variabile aleatoria di legge $B(p)$.
- Dunque: abbiamo n variabili aleatorie di **uguale legge e indipendenti**.

Esempio (Lanciamo 3 volte un dado osservando l'uscita dell'1)

- Ogni lancio è descritto da una variabile aleatoria: X_1 , X_2 e X_3 .
- Qual è la legge di queste variabili aleatorie? $B(1/6)$.
- È un processo di Bernoulli di parametro $1/6$ di 3 prove.
- Quanto vale $P(X_1 = 1, X_2 = 0, X_3 = 0)$?

Processo di Bernoulli con un numero finito di prove

Definizione (Bernoulliana di parametro p)

Consideriamo una singola prova di Bernoulli di parametro p . La variabile aleatoria X che vale 1 in caso di successo e 0 in caso di insuccesso si chiama **bernoulliana di parametro p** e si scrive $X \sim B(p)$.

$P(X = 1) = p$ e $P(X = 0) = 1 - p$ (in altri termini $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$)

- Consideriamo un **processo di Bernoulli di parametro p di n prove**.
- Ogni prova è descritta da una variabile aleatoria di legge $B(p)$.
- Dunque: abbiamo n variabili aleatorie di **uguale legge e indipendenti**.

Esempio (Lanciamo 3 volte un dado osservando l'uscita dell'1)

- Ogni lancio è descritto da una variabile aleatoria: X_1 , X_2 e X_3 .
- Qual è la legge di queste variabili aleatorie? $B(1/6)$.
- È un processo di Bernoulli di parametro $1/6$ di 3 prove.
- Quanto vale $P(X_1 = 1, X_2 = 0, X_3 = 0)$? $p \cdot (1 - p)^2$.

Legge Binomiale

Legge Binomiale

Supponiamo ora di eseguire n prove e di ottenere una sequenza di k successi.

Legge Binomiale

Supponiamo ora di eseguire n prove e di ottenere una sequenza di k successi.

Esempio (Lanciamo 8 volte un dado osservando l'uscita dell'1)

Legge Binomiale

Supponiamo ora di eseguire n prove e di ottenere una sequenza di k successi.

Esempio (Lanciamo 8 volte un dado osservando l'uscita dell'1)

- $X_1 = 0, X_2 = 0, X_3 = 1, X_4 = 0, X_5 = 1, X_6 = 0, X_7 = 0, X_8 = 0.$

Legge Binomiale

Supponiamo ora di eseguire n prove e di ottenere una sequenza di k successi.

Esempio (Lanciamo 8 volte un dado osservando l'uscita dell'1)

- $X_1 = 0, X_2 = 0, X_3 = 1, X_4 = 0, X_5 = 1, X_6 = 0, X_7 = 0, X_8 = 0$.
- Ho ottenuto 2 successi.

Legge Binomiale

Supponiamo ora di eseguire n prove e di ottenere una sequenza di k successi.

Esempio (Lanciamo 8 volte un dado osservando l'uscita dell'1)

- $X_1 = 0, X_2 = 0, X_3 = 1, X_4 = 0, X_5 = 1, X_6 = 0, X_7 = 0, X_8 = 0$.
- Ho ottenuto 2 successi.
- La probabilità è quindi $p^2 \cdot (1 - p)^6 = (\frac{1}{6})^2 \cdot (\frac{5}{6})^6$.

Legge Binomiale

Supponiamo ora di eseguire n prove e di ottenere una sequenza di k successi.

Esempio (Lanciamo 8 volte un dado osservando l'uscita dell'1)

- $X_1 = 0, X_2 = 0, X_3 = 1, X_4 = 0, X_5 = 1, X_6 = 0, X_7 = 0, X_8 = 0$.
- Ho ottenuto 2 successi.
- La probabilità è quindi $p^2 \cdot (1 - p)^6 = (\frac{1}{6})^2 \cdot (\frac{5}{6})^6$.

La probabilità per una data sequenza (n prove e k successi) è $p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$.

Legge Binomiale

Supponiamo ora di eseguire n prove e di ottenere una sequenza di k successi.

Esempio (Lanciamo 8 volte un dado osservando l'uscita dell'1)

- $X_1 = 0, X_2 = 0, X_3 = 1, X_4 = 0, X_5 = 1, X_6 = 0, X_7 = 0, X_8 = 0$.
- Ho ottenuto 2 successi.
- La probabilità è quindi $p^2 \cdot (1 - p)^6 = (\frac{1}{6})^2 \cdot (\frac{5}{6})^6$.

La probabilità per una data sequenza (n prove e k successi) è $p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$.

Definizione (Binomiale di parametri n e p)

Consideriamo un processo di Bernoulli di parametro p , di n prove. La variabile aleatoria X che conta il **numero di successi ottenuti nelle n prove** si chiama **binomiale di parametri n e p** e si scrive $X \sim B(n, p)$.

Legge Binomiale

Supponiamo ora di eseguire n prove e di ottenere una sequenza di k successi.

Esempio (Lanciamo 8 volte un dado osservando l'uscita dell'1)

- $X_1 = 0, X_2 = 0, X_3 = 1, X_4 = 0, X_5 = 1, X_6 = 0, X_7 = 0, X_8 = 0$.
- Ho ottenuto 2 successi.
- La probabilità è quindi $p^2 \cdot (1 - p)^6 = (\frac{1}{6})^2 \cdot (\frac{5}{6})^6$.

La probabilità per una data sequenza (n prove e k successi) è $p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$.

Definizione (Binomiale di parametri n e p)

Consideriamo un processo di Bernoulli di parametro p , di n prove. La variabile aleatoria X che conta il **numero di successi ottenuti nelle n prove** si chiama **binomiale di parametri n e p** e si scrive $X \sim B(n, p)$.

Quanto vale allora $P(X = k)$?

Legge Binomiale

Supponiamo ora di eseguire n prove e di ottenere una sequenza di k successi.

Esempio (Lanciamo 8 volte un dado osservando l'uscita dell'1)

- $X_1 = 0, X_2 = 0, X_3 = 1, X_4 = 0, X_5 = 1, X_6 = 0, X_7 = 0, X_8 = 0$.
- Ho ottenuto 2 successi.
- La probabilità è quindi $p^2 \cdot (1 - p)^6 = (\frac{1}{6})^2 \cdot (\frac{5}{6})^6$.

La probabilità per una data sequenza (n prove e k successi) è $p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$.

Definizione (Binomiale di parametri n e p)

Consideriamo un processo di Bernoulli di parametro p , di n prove. La variabile aleatoria X che conta il **numero di successi ottenuti nelle n prove** si chiama **binomiale di parametri n e p** e si scrive $X \sim B(n, p)$.

Quanto vale allora $P(X = k)$?

Proposizione

Se $X \sim B(n, p)$, allora X può assumere i valori interi tra 0 e n , e ha densità:

$$p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}, \text{ per } k = 0, 1, 2, \dots, n.$$

Legge Binomiale

Esercizio

Calcolare la probabilità che in 5 lanci di un dado il numero 3 esca

- (a) esattamente due volte;
- (b) al più una volta;
- (c) almeno due volte.

Legge Binomiale

Qual è il valore atteso della legge binomiale?

Legge Binomiale

Qual è il valore atteso della legge binomiale?

- Calcoliamo prima il valore atteso per una bernoulliana di parametro p

Legge Binomiale

Qual è il valore atteso della legge binomiale?

- Calcoliamo prima il valore atteso per una bernoulliana di parametro p
- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.

Legge Binomiale

Qual è il valore atteso della legge binomiale?

- Calcoliamo prima il valore atteso per una bernoulliana di parametro p
- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Nel nostro caso, $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$.

Legge Binomiale

Qual è il valore atteso della legge binomiale?

- Calcoliamo prima il valore atteso per una bernoulliana di parametro p
- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Nel nostro caso, $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$.
- Dunque: $E(X) =$

Legge Binomiale

Qual è il valore atteso della legge binomiale?

- Calcoliamo prima il valore atteso per una bernoulliana di parametro p
- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Nel nostro caso, $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$.
- Dunque: $E(X) = 0 \cdot p_X(0) + 1 \cdot p_X(1) =$

Legge Binomiale

Qual è il valore atteso della legge binomiale?

- Calcoliamo prima il valore atteso per una bernoulliana di parametro p
- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Nel nostro caso, $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$.
- Dunque: $E(X) = 0 \cdot p_X(0) + 1 \cdot p_X(1) = 0 \cdot (1 - p) + 1 \cdot p =$

Legge Binomiale

Qual è il valore atteso della legge binomiale?

- Calcoliamo prima il valore atteso per una bernoulliana di parametro p
- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Nel nostro caso, $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$.
- Dunque: $E(X) = 0 \cdot p_X(0) + 1 \cdot p_X(1) = 0 \cdot (1 - p) + 1 \cdot p = p$.

Legge Binomiale

Qual è il valore atteso della legge binomiale?

- Calcoliamo prima il valore atteso per una bernoulliana di parametro p
- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Nel nostro caso, $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$.
- Dunque: $E(X) = 0 \cdot p_X(0) + 1 \cdot p_X(1) = 0 \cdot (1 - p) + 1 \cdot p = p$.

Consideriamo ora una binomiale $X \sim B(n, p)$.

Legge Binomiale

Qual è il valore atteso della legge binomiale?

- Calcoliamo prima il valore atteso per una bernoulliana di parametro p
- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Nel nostro caso, $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$.
- Dunque: $E(X) = 0 \cdot p_X(0) + 1 \cdot p_X(1) = 0 \cdot (1 - p) + 1 \cdot p = p$.

Consideriamo ora una binomiale $X \sim B(n, p)$.

- Ricordiamo che $p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$, per $k = 0, 1, 2, \dots, n$.

Legge Binomiale

Qual è il valore atteso della legge binomiale?

- Calcoliamo prima il valore atteso per una bernoulliana di parametro p
- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Nel nostro caso, $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$.
- Dunque: $E(X) = 0 \cdot p_X(0) + 1 \cdot p_X(1) = 0 \cdot (1 - p) + 1 \cdot p = p$.

Consideriamo ora una binomiale $X \sim B(n, p)$.

- Ricordiamo che $p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$, per $k = 0, 1, 2, \dots, n$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^n k \cdot \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$.

Legge Binomiale

Qual è il valore atteso della legge binomiale?

- Calcoliamo prima il valore atteso per una bernoulliana di parametro p
- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Nel nostro caso, $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$.
- Dunque: $E(X) = 0 \cdot p_X(0) + 1 \cdot p_X(1) = 0 \cdot (1 - p) + 1 \cdot p = p$.

Consideriamo ora una binomiale $X \sim B(n, p)$.

- Ricordiamo che $p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$, per $k = 0, 1, 2, \dots, n$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^n k \cdot \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$.
- Ma possiamo semplificarci i calcoli: $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$, dove ciascun X_i è una bernoulliana di parametro p .

Legge Binomiale

Qual è il valore atteso della legge binomiale?

- Calcoliamo prima il valore atteso per una bernoulliana di parametro p
- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Nel nostro caso, $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$.
- Dunque: $E(X) = 0 \cdot p_X(0) + 1 \cdot p_X(1) = 0 \cdot (1 - p) + 1 \cdot p = p$.

Consideriamo ora una binomiale $X \sim B(n, p)$.

- Ricordiamo che $p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$, per $k = 0, 1, 2, \dots, n$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^n k \cdot \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$.
- Ma possiamo semplificarci i calcoli: $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$, dove ciascun X_i è una bernoulliana di parametro p .
- Quindi: $E(X_i) = p$ per ogni valore di i .

Legge Binomiale

Qual è il valore atteso della legge binomiale?

- Calcoliamo prima il valore atteso per una bernoulliana di parametro p
- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Nel nostro caso, $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$.
- Dunque: $E(X) = 0 \cdot p_X(0) + 1 \cdot p_X(1) = 0 \cdot (1 - p) + 1 \cdot p = p$.

Consideriamo ora una binomiale $X \sim B(n, p)$.

- Ricordiamo che $p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$, per $k = 0, 1, 2, \dots, n$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^n k \cdot \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$.
- Ma possiamo semplificarci i calcoli: $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$, dove ciascun X_i è una bernoulliana di parametro p .
- Quindi: $E(X_i) = p$ per ogni valore di i .
- Allora: $E(X) =$

Legge Binomiale

Qual è il valore atteso della legge binomiale?

- Calcoliamo prima il valore atteso per una bernoulliana di parametro p
- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Nel nostro caso, $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$.
- Dunque: $E(X) = 0 \cdot p_X(0) + 1 \cdot p_X(1) = 0 \cdot (1 - p) + 1 \cdot p = p$.

Consideriamo ora una binomiale $X \sim B(n, p)$.

- Ricordiamo che $p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$, per $k = 0, 1, 2, \dots, n$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^n k \cdot \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$.
- Ma possiamo semplificarci i calcoli: $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$, dove ciascun X_i è una bernoulliana di parametro p .
- Quindi: $E(X_i) = p$ per ogni valore di i .
- Allora: $E(X) = E(X_1 + X_2 + \dots + X_n) =$

Legge Binomiale

Qual è il valore atteso della legge binomiale?

- Calcoliamo prima il valore atteso per una bernoulliana di parametro p
- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Nel nostro caso, $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$.
- Dunque: $E(X) = 0 \cdot p_X(0) + 1 \cdot p_X(1) = 0 \cdot (1 - p) + 1 \cdot p = p$.

Consideriamo ora una binomiale $X \sim B(n, p)$.

- Ricordiamo che $p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$, per $k = 0, 1, 2, \dots, n$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^n k \cdot \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$.
- Ma possiamo semplificarci i calcoli: $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$, dove ciascun X_i è una bernoulliana di parametro p .
- Quindi: $E(X_i) = p$ per ogni valore di i .
- Allora: $E(X) = E(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = (\text{linearità del valore atteso}) = E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_n) =$

Legge Binomiale

Qual è il valore atteso della legge binomiale?

- Calcoliamo prima il valore atteso per una bernoulliana di parametro p
- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Nel nostro caso, $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$.
- Dunque: $E(X) = 0 \cdot p_X(0) + 1 \cdot p_X(1) = 0 \cdot (1 - p) + 1 \cdot p = p$.

Consideriamo ora una binomiale $X \sim B(n, p)$.

- Ricordiamo che $p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$, per $k = 0, 1, 2, \dots, n$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^n k \cdot \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$.
- Ma possiamo semplificarci i calcoli: $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$, dove ciascun X_i è una bernoulliana di parametro p .
- Quindi: $E(X_i) = p$ per ogni valore di i .
- Allora: $E(X) = E(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = (\text{linearità del valore atteso}) = E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_n) = p + p + \dots + p =$

Legge Binomiale

Qual è il valore atteso della legge binomiale?

- Calcoliamo prima il valore atteso per una bernoulliana di parametro p
- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Nel nostro caso, $p_X(1) = p$ e $p_X(0) = 1 - p$.
- Dunque: $E(X) = 0 \cdot p_X(0) + 1 \cdot p_X(1) = 0 \cdot (1 - p) + 1 \cdot p = p$.

Consideriamo ora una binomiale $X \sim B(n, p)$.

- Ricordiamo che $p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$, per $k = 0, 1, 2, \dots, n$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^n k \cdot \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$.
- Ma possiamo semplificarci i calcoli: $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$, dove ciascun X_i è una bernoulliana di parametro p .
- Quindi: $E(X_i) = p$ per ogni valore di i .
- Allora: $E(X) = E(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = (\text{linearità del valore atteso}) = E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_n) = p + p + \dots + p = np$.

Legge Binomiale

Esercizio

Se lancio 2 dadi la probabilità di fare 12 è $1/36$.

- (a) Quanti 12 mi aspetto che escano in 36 lanci?
- (b) Qual è la probabilità che ciò accada?
- (c) Qual è il minimo numero di lanci da fare affinché la probabilità di uscita di un 12 sia almeno 0.5?