Legge Geometrica

Legge Geometrica

Consideriamo la v.a. $X =$ "numero di prove per ottenere il primo successo"

Legge Geometrica

Consideriamo la v.a. $X =$ "numero di prove per ottenere il primo successo"
Si tratta di un **processo di Bernoulli illimitato** di parametro p.

Legge Geometrica

Consideriamo la v.a. $X =$ "numero di prove per ottenere il primo successo"
Si tratta di un **processo di Bernoulli illimitato** di parametro p.

Esempio

Numero di lanci di un dado per ottenere la prima volta 6.

Legge Geometrica

Consideriamo la v.a. $X =$ "numero di prove per ottenere il primo successo"
Si tratta di un **processo di Bernoulli illimitato** di parametro p.

Esempio

Numero di lanci di un dado per ottenere la prima volta 6.

- Quanto vale la probabilità che X sia uguale a k, ovvero $P(X = k)$?

Legge Geometrica

Consideriamo la v.a. $X =$ "numero di prove per ottenere il primo successo"
Si tratta di un **processo di Bernoulli illimitato** di parametro p.

Esempio

Numero di lanci di un dado per ottenere la prima volta 6.

- Quanto vale la probabilità che X sia uguale a k, ovvero $P(X = k)$?
- Significa: $k - 1$ insuccessi e poi il successo al k-esimo lancio.

Legge Geometrica

Consideriamo la v.a. $X =$ "numero di prove per ottenere il primo successo"
Si tratta di un **processo di Bernoulli illimitato** di parametro p.

Esempio

Numero di lanci di un dado per ottenere la prima volta 6.

- Quanto vale la probabilità che X sia uguale a k, ovvero $P(X = k)$?
- Significa: $k - 1$ insuccessi e poi il successo al k-esimo lancio.
- La probabilità è allora $p \cdot (1 - p)^{k-1}$.

Legge Geometrica

Consideriamo la v.a. $X =$ "numero di prove per ottenere il primo successo"
Si tratta di un **processo di Bernoulli illimitato** di parametro p.

Esempio

Numero di lanci di un dado per ottenere la prima volta 6.

- Quanto vale la probabilità che X sia uguale a k, ovvero $P(X = k)$?
- Significa: $k - 1$ insuccessi e poi il successo al k-esimo lancio.
- La probabilità è allora $p \cdot (1 - p)^{k-1}$.

Definizione (Geometrica di parametro p)

Consideriamo un processo di Bernoulli illimitato di parametro p. La variabile aleatoria X che conta il numero di prove per ottenere il primo successo si chiama **geometrica di parametro** p e si scrive $X \sim G(p)$.

Legge Geometrica

Consideriamo la v.a. $X =$ "numero di prove per ottenere il primo successo"
Si tratta di un **processo di Bernoulli illimitato** di parametro p.

Esempio

Numero di lanci di un dado per ottenere la prima volta 6.

- Quanto vale la probabilità che X sia uguale a k, ovvero $P(X = k)$?
- Significa: $k - 1$ insuccessi e poi il successo al k-esimo lancio.
- La probabilità è allora $p \cdot (1 - p)^{k-1}$.

Definizione (Geometrica di parametro p)

Consideriamo un processo di Bernoulli illimitato di parametro p. La variabile aleatoria X che conta il numero di prove per ottenere il primo successo si chiama **geometrica di parametro** p e si scrive $X \sim G(p)$.

Proposizione

Se $X \sim G(p)$, allora la sua densità è

$$p_X(k) = p(1 - p)^{k-1}, \text{ per } k = 1, 2, 3, \ldots.$$

Legge Geometrica

Qual è il valore atteso della legge geometrica?

Legge Geometrica

Qual è il valore atteso della legge geometrica?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.

Legge Geometrica

Qual è il valore atteso della legge geometrica?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = p(1-p)^{k-1}$, per $k = 1, 2, 3, \ldots$.

Legge Geometrica

Qual è il valore atteso della legge geometrica?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = p(1-p)^{k-1}$, per $k = 1, 2, 3, \ldots$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot p(1-p)^{k-1}$.

Legge Geometrica

Qual è il valore atteso della legge geometrica?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = p(1-p)^{k-1}$, per $k = 1, 2, 3, \ldots$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot p(1-p)^{k-1}$.

Osservazione

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x}, \text{ per ogni } x \in (-1, 1).$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} k x^{k-1} = \frac{1}{(1-x)^2}, \text{ per ogni } x \in (-1, 1).$$

Legge Geometrica

Qual è il valore atteso della legge geometrica?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = p(1-p)^{k-1}$, per $k = 1, 2, 3, \ldots$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot p(1-p)^{k-1}$.

Osservazione

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x}, \text{ per ogni } x \in (-1,1).$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} kx^{k-1} = \frac{1}{(1-x)^2}, \text{ per ogni } x \in (-1,1).$$

- Allora: $E(X) =$

Legge Geometrica

Qual è il valore atteso della legge geometrica?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = p(1-p)^{k-1}$, per $k = 1, 2, 3, \ldots$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot p(1-p)^{k-1}$.

Osservazione

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x}, \text{ per ogni } x \in (-1, 1).$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} kx^{k-1} = \frac{1}{(1-x)^2}, \text{ per ogni } x \in (-1, 1).$$

- Allora: $E(X) = p \cdot \sum_{k=1}^{\infty} k(1-p)^{k-1} =$

Legge Geometrica

Qual è il valore atteso della legge geometrica?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = p(1-p)^{k-1}$, per $k = 1, 2, 3, \ldots$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot p(1-p)^{k-1}$.

Osservazione

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x}, \text{ per ogni } x \in (-1,1).$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} k x^{k-1} = \frac{1}{(1-x)^2}, \text{ per ogni } x \in (-1,1).$$

- Allora: $E(X) = p \cdot \sum_{k=1}^{\infty} k(1-p)^{k-1} = p \cdot \frac{1}{p^2} =$

Legge Geometrica

Qual è il valore atteso della legge geometrica?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = p(1-p)^{k-1}$, per $k = 1, 2, 3, \ldots$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot p(1-p)^{k-1}$.

Osservazione

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x}, \text{ per ogni } x \in (-1, 1).$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} kx^{k-1} = \frac{1}{(1-x)^2}, \text{ per ogni } x \in (-1, 1).$$

- Allora: $E(X) = p \cdot \sum_{k=1}^{\infty} k(1-p)^{k-1} = p \cdot \frac{1}{p^2} = \frac{1}{p}$.

Legge Geometrica

Esercizio 3.8 (Bramanti)

Un centralino telefonico è occupato per il 95% del tempo, per cui si può ritenere che, telefonando in un istante a caso, la probabilità di trovare la linea libera sia $p = 0.05$.

(a) Qual è il numero atteso di tentativi da fare per trovare la linea libera?

(b) Qual è il minimo numero di tentativi da fare perché la probabilità di trovare libera la linea sia più del 50%?

Legge Geometrica Traslata

Legge Geometrica Traslata

Consideriamo $X =$ "numero di **insuccessi** prima di ottenere il primo successo"

Legge Geometrica Traslata

Consideriamo $X =$ "numero di **insuccessi** prima di ottenere il primo successo"
Si tratta di un **processo di Bernoulli illimitato** di parametro p.

Legge Geometrica Traslata

Consideriamo $X =$ "numero di **insuccessi** prima di ottenere il primo successo"
Si tratta di un **processo di Bernoulli illimitato** di parametro p.

Esempio

Numero di insuccessi lanciando un dado prima di ottenere un 6.

Legge Geometrica Traslata

Consideriamo $X =$ "numero di **insuccessi** prima di ottenere il primo successo"
Si tratta di un **processo di Bernoulli illimitato** di parametro p.

Esempio

Numero di insuccessi lanciando un dado prima di ottenere un 6.

- Quanto vale la probabilità che X sia uguale a k, ovvero $P(X = k)$?

Legge Geometrica Traslata

Consideriamo $X =$ "numero di **insuccessi** prima di ottenere il primo successo"
Si tratta di un **processo di Bernoulli illimitato** di parametro p.

Esempio

Numero di insuccessi lanciando un dado prima di ottenere un 6.

- Quanto vale la probabilità che X sia uguale a k, ovvero $P(X = k)$?
- Significa: k insuccessi e poi il successo al $k+1$-esimo lancio.

Legge Geometrica Traslata

Consideriamo $X =$ "numero di **insuccessi** prima di ottenere il primo successo"
Si tratta di un **processo di Bernoulli illimitato** di parametro p.

Esempio

Numero di insuccessi lanciando un dado prima di ottenere un 6.

- Quanto vale la probabilità che X sia uguale a k, ovvero $P(X = k)$?
- Significa: k insuccessi e poi il successo al $k + 1$-esimo lancio.
- La probabilità è allora $p \cdot (1 - p)^k$.

Legge Geometrica Traslata

Consideriamo $X =$ "numero di **insuccessi** prima di ottenere il primo successo"
Si tratta di un **processo di Bernoulli illimitato** di parametro p.

Esempio

Numero di insuccessi lanciando un dado prima di ottenere un 6.

- Quanto vale la probabilità che X sia uguale a k, ovvero $P(X = k)$?
- Significa: k insuccessi e poi il successo al $k + 1$-esimo lancio.
- La probabilità è allora $p \cdot (1 - p)^k$.

Definizione (Geometrica traslata di parametro p)

Consideriamo un processo di Bernoulli illimitato di parametro p. La variabile aleatoria X che conta il numero di insuccessi per ottenere il primo successo si chiama **geometrica traslata di parametro** p e si scrive $X \sim G'(p)$.

Legge Geometrica Traslata

Consideriamo $X =$ "numero di **insuccessi** prima di ottenere il primo successo"
Si tratta di un **processo di Bernoulli illimitato** di parametro p.

Esempio

Numero di insuccessi lanciando un dado prima di ottenere un 6.

- Quanto vale la probabilità che X sia uguale a k, ovvero $P(X = k)$?
- Significa: k insuccessi e poi il successo al $k + 1$-esimo lancio.
- La probabilità è allora $p \cdot (1 - p)^k$.

Definizione (Geometrica traslata di parametro p)

Consideriamo un processo di Bernoulli illimitato di parametro p. La variabile aleatoria X che conta il numero di insuccessi per ottenere il primo successo si chiama **geometrica traslata di parametro** p e si scrive $X \sim G'(p)$.

Proposizione

Se $X \sim G'(p)$, allora la sua densità è

$$p_X(k) = p(1 - p)^k, \text{ per } k = 0, 1, 2, \ldots.$$

Legge Geometrica Traslata

Qual è il valore atteso della legge geometrica traslata?

Legge Geometrica Traslata

Qual è il valore atteso della legge geometrica traslata?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.

Legge Geometrica Traslata

Qual è il valore atteso della legge geometrica traslata?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = p(1-p)^k$, per $k = 0, 1, 2, \ldots$.

Legge Geometrica Traslata

Qual è il valore atteso della legge geometrica traslata?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = p(1-p)^k$, per $k = 0, 1, 2, \ldots$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot p(1-p)^k$.

Legge Geometrica Traslata

Qual è il valore atteso della legge geometrica traslata?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = p(1-p)^k$, per $k = 0, 1, 2, \ldots$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot p(1-p)^k$.

Osservazione

Se X è una geometrica traslata, ovvero $X \sim G'(p)$, allora $X = Y - 1$, dove Y è una geometrica, ovvero $Y \sim G(p)$.

Legge Geometrica Traslata

Qual è il valore atteso della legge geometrica traslata?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = p(1-p)^k$, per $k = 0, 1, 2, \ldots$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot p(1-p)^k$.

Osservazione

Se X è una geometrica traslata, ovvero $X \sim G'(p)$, allora $X = Y - 1$, dove Y è una geometrica, ovvero $Y \sim G(p)$.

- Allora: $E(X) =$

Legge Geometrica Traslata

Qual è il valore atteso della legge geometrica traslata?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = p(1-p)^k$, per $k = 0, 1, 2, \ldots$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot p(1-p)^k$.

Osservazione

Se X è una geometrica traslata, ovvero $X \sim G'(p)$, allora $X = Y - 1$, dove Y è una geometrica, ovvero $Y \sim G(p)$.

- Allora: $E(X) = E(Y-1) =$

Legge Geometrica Traslata

Qual è il valore atteso della legge geometrica traslata?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = p(1-p)^k$, per $k = 0, 1, 2, \ldots$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot p(1-p)^k$.

Osservazione

Se X è una geometrica traslata, ovvero $X \sim G'(p)$, allora $X = Y - 1$, dove Y è una geometrica, ovvero $Y \sim G(p)$.

- Allora: $E(X) = E(Y-1) = E(Y) - 1 =$

Legge Geometrica Traslata

Qual è il valore atteso della legge geometrica traslata?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = p(1-p)^k$, per $k = 0, 1, 2, \ldots$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot p(1-p)^k$.

Osservazione

Se X è una geometrica traslata, ovvero $X \sim G'(p)$, allora $X = Y - 1$, dove Y è una geometrica, ovvero $Y \sim G(p)$.

- Allora: $E(X) = E(Y-1) = E(Y) - 1 = \frac{1}{p} - 1 =$

Legge Geometrica Traslata

Qual è il valore atteso della legge geometrica traslata?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = p(1-p)^k$, per $k = 0, 1, 2, \ldots$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot p(1-p)^k$.

Osservazione

Se X è una geometrica traslata, ovvero $X \sim G'(p)$, allora $X = Y - 1$, dove Y è una geometrica, ovvero $Y \sim G(p)$.

- Allora: $E(X) = E(Y-1) = E(Y) - 1 = \frac{1}{p} - 1 = \frac{1-p}{p}$.

Legge Binomiale Negativa

Legge Binomiale Negativa

Consideriamo $X =$ "numero di insuccessi prima di ottenere n successi"

Legge Binomiale Negativa

Consideriamo $X =$ "numero di insuccessi prima di ottenere n successi"
Si tratta di un **processo di Bernoulli illimitato** di parametro p.

Legge Binomiale Negativa

Consideriamo X = "numero di insuccessi prima di ottenere n successi"
Si tratta di un **processo di Bernoulli illimitato** di parametro p.

Esempio

Numero di insuccessi lanciando un dado prima di ottenere 3 volte un 6.

Legge Binomiale Negativa

Consideriamo $X =$ "numero di insuccessi prima di ottenere n successi"
Si tratta di un **processo di Bernoulli illimitato** di parametro p.

Esempio

Numero di insuccessi lanciando un dado prima di ottenere 3 volte un 6.

- Quanto vale la probabilità che X sia uguale a k, ovvero $P(X = k)$?

Legge Binomiale Negativa

Consideriamo $X =$ "numero di insuccessi prima di ottenere n successi"
Si tratta di un **processo di Bernoulli illimitato** di parametro p.

Esempio

Numero di insuccessi lanciando un dado prima di ottenere 3 volte un 6.

- Quanto vale la probabilità che X sia uguale a k, ovvero $P(X = k)$?
- Significa: k insuccessi e n successi (l'ultimo elemento sarà un successo).

Legge Binomiale Negativa

Consideriamo X = "numero di insuccessi prima di ottenere n successi"
Si tratta di un **processo di Bernoulli illimitato** di parametro p.

Esempio

Numero di insuccessi lanciando un dado prima di ottenere 3 volte un 6.

- Quanto vale la probabilità che X sia uguale a k, ovvero $P(X = k)$?
- Significa: k insuccessi e n successi (l'ultimo elemento sarà un successo).
- La probabilità è allora $p^n \cdot (1 - p)^k$.

Legge Binomiale Negativa

Consideriamo $X =$ "numero di insuccessi prima di ottenere n successi"
Si tratta di un **processo di Bernoulli illimitato** di parametro p.

Esempio

Numero di insuccessi lanciando un dado prima di ottenere 3 volte un 6.

- Quanto vale la probabilità che X sia uguale a k, ovvero $P(X = k)$?
- Significa: k insuccessi e n successi (l'ultimo elemento sarà un successo).
- La probabilità è allora $p^n \cdot (1 - p)^k$.

Definizione (Binomiale negativa)

Consideriamo un processo di Bernoulli illimitato di parametro p. La variabile aleatoria X che conta il numero di insuccessi prima di ottenere n successi si chiama **binomiale negativa di parametri** $-n$ **e** p e si scrive $X \sim B(-n, p)$.

Legge Binomiale Negativa

Consideriamo X = "numero di insuccessi prima di ottenere n successi"
Si tratta di un **processo di Bernoulli illimitato** di parametro p.

Esempio

Numero di insuccessi lanciando un dado prima di ottenere 3 volte un 6.

- Quanto vale la probabilità che X sia uguale a k, ovvero $P(X = k)$?
- Significa: k insuccessi e n successi (l'ultimo elemento sarà un successo).
- La probabilità è allora $p^n \cdot (1 - p)^k$.

Definizione (Binomiale negativa)

Consideriamo un processo di Bernoulli illimitato di parametro p. La variabile aleatoria X che conta il numero di insuccessi prima di ottenere n successi si chiama **binomiale negativa di parametri** $-n$ **e** p e si scrive $X \sim B(-n, p)$.

Proposizione

Se $X \sim B(-n, p)$, allora la sua densità è

$$p_X(k) = \binom{n+k-1}{k} p^n (1-p)^k, \text{ per } k = 0, 1, 2, \ldots.$$

Legge Binomiale Negativa

Qual è il valore atteso della legge binomiale negativa?

Legge Binomiale Negativa

Qual è il valore atteso della legge binomiale negativa?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.

Legge Binomiale Negativa

Qual è il valore atteso della legge binomiale negativa?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = \binom{n+k-1}{k} p^n (1-p)^k$, per $k = 0, 1, 2, \ldots$.

Legge Binomiale Negativa

Qual è il valore atteso della legge binomiale negativa?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = \binom{n+k-1}{k} p^n (1-p)^k$, per $k = 0, 1, 2, \ldots$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot \binom{n+k-1}{k} p^n (1-p)^k$.

Legge Binomiale Negativa

Qual è il valore atteso della legge binomiale negativa?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = \binom{n+k-1}{k} p^n (1-p)^k$, per $k = 0, 1, 2, \ldots$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot \binom{n+k-1}{k} p^n (1-p)^k$.

Osservazione

Binomiale Negativa = "numero di insuccessi per ottenere n successi"

Legge Binomiale Negativa

Qual è il valore atteso della legge binomiale negativa?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = \binom{n+k-1}{k} p^n (1-p)^k$, per $k = 0, 1, 2, \ldots$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot \binom{n+k-1}{k} p^n (1-p)^k$.

Osservazione

Binomiale Negativa = "numero di insuccessi per ottenere n successi"
Geometrica Traslata = "numero di insuccessi per ottenere il primo successo"

Legge Binomiale Negativa

Qual è il valore atteso della legge binomiale negativa?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = \binom{n+k-1}{k} p^n (1-p)^k$, per $k = 0, 1, 2, \ldots$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot \binom{n+k-1}{k} p^n (1-p)^k$.

Osservazione

Binomiale Negativa = "numero di insuccessi per ottenere n successi"
Geometrica Traslata = "numero di insuccessi per ottenere il primo successo"
Una binomiale negativa non è altro che la somma di n **geometriche traslate**:

$$X = Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n$$

dove $Y_i \sim G'(p)$.

Legge Binomiale Negativa

Qual è il valore atteso della legge binomiale negativa?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = \binom{n+k-1}{k} p^n (1-p)^k$, per $k = 0, 1, 2, \ldots$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot \binom{n+k-1}{k} p^n (1-p)^k$.

Osservazione

Binomiale Negativa = "numero di insuccessi per ottenere n successi"
Geometrica Traslata = "numero di insuccessi per ottenere il primo successo"
Una binomiale negativa non è altro che la somma di n **geometriche traslate**:

$$X = Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n$$

dove $Y_i \sim G'(p)$.

$$E(X) =$$

Legge Binomiale Negativa

Qual è il valore atteso della legge binomiale negativa?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = \binom{n+k-1}{k} p^n (1-p)^k$, per $k = 0, 1, 2, \ldots$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot \binom{n+k-1}{k} p^n (1-p)^k$.

Osservazione

Binomiale Negativa = "numero di insuccessi per ottenere n successi"
Geometrica Traslata = "numero di insuccessi per ottenere il primo successo"
Una binomiale negativa non è altro che la somma di n **geometriche traslate**:

$$X = Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n$$

dove $Y_i \sim G'(p)$.

$$E(X) = E(Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n) =$$

Legge Binomiale Negativa

Qual è il valore atteso della legge binomiale negativa?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = \binom{n+k-1}{k} p^n (1-p)^k$, per $k = 0, 1, 2, \ldots$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot \binom{n+k-1}{k} p^n (1-p)^k$.

Osservazione

Binomiale Negativa = "numero di insuccessi per ottenere n successi"
Geometrica Traslata = "numero di insuccessi per ottenere il primo successo"
Una binomiale negativa non è altro che la somma di n **geometriche traslate**:

$$X = Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n$$

dove $Y_i \sim G'(p)$.

$$\begin{aligned} E(X) &= E(Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n) = \\ &= E(Y_1) + E(Y_2) + \ldots + E(Y_n) = \end{aligned}$$

Legge Binomiale Negativa

Qual è il valore atteso della legge binomiale negativa?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = \binom{n+k-1}{k} p^n (1-p)^k$, per $k = 0, 1, 2, \ldots$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot \binom{n+k-1}{k} p^n (1-p)^k$.

Osservazione

Binomiale Negativa = "numero di insuccessi per ottenere n successi"
Geometrica Traslata = "numero di insuccessi per ottenere il primo successo"
Una binomiale negativa non è altro che la somma di n **geometriche traslate**:

$$X = Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n$$

dove $Y_i \sim G'(p)$.

$$\begin{aligned} E(X) &= E(Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n) = \\ &= E(Y_1) + E(Y_2) + \ldots + E(Y_n) = \\ &= \frac{1-p}{p} + \frac{1-p}{p} + \ldots + \frac{1-p}{p} = \end{aligned}$$

Legge Binomiale Negativa

Qual è il valore atteso della legge binomiale negativa?

- In generale: $E(X) = \sum_k x_k \cdot p_X(x_k)$.
- Ricordiamo che $p_X(k) = \binom{n+k-1}{k} p^n (1-p)^k$, per $k = 0, 1, 2, \ldots$.
- Dunque: $E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot \binom{n+k-1}{k} p^n (1-p)^k$.

Osservazione

Binomiale Negativa = "numero di insuccessi per ottenere n successi"
Geometrica Traslata = "numero di insuccessi per ottenere il primo successo"
Una binomiale negativa non è altro che la somma di n **geometriche traslate**:

$$X = Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n$$

dove $Y_i \sim G'(p)$.

$$\begin{aligned} E(X) &= E(Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n) = \\ &= E(Y_1) + E(Y_2) + \ldots + E(Y_n) = \\ &= \frac{1-p}{p} + \frac{1-p}{p} + \ldots + \frac{1-p}{p} = n\frac{1-p}{p}. \end{aligned}$$

Esercizio

Esercizio 3.4 (Bramanti)

In una linea produttiva la frequenza relativa con cui sono prodotti pezzi difettosi è 0.2. Consideriamo 10 pezzi prodotti consecutivamente.

(a) Qual è la probabilità che tra questi ce ne siano esattamente 4 difettosi?

(b) Qual è il numero medio di pezzi difettosi prodotti?

(c) Qual è la probabilità che il numero di pezzi difettosi non superi il numero medio di pezzi difettosi?

(d) Si vogliono ora modificare le modalità produttive in modo che, con probabilità del 95%, non ci sia nessun pezzo difettoso su 10 prodotti Quanto deve valere p?

(e) Se la produzione continua finché non si sono ottenuti 10 pezzi non difettosi, qual è il numero medio di pezzi difettosi che saranno prodotti? E il numero totale di pezzi?