

# Varianza

# Varianza

| Varianza Statistica | Varianza |
|---------------------|----------|
|                     |          |
|                     |          |
|                     |          |
|                     |          |

# Varianza

| Varianza Statistica                       | Varianza                |
|-------------------------------------------|-------------------------|
| Sequenza di $n$ numeri: $x_1, \dots, x_n$ | Variabile aleatoria $X$ |
|                                           |                         |
|                                           |                         |
|                                           |                         |

# Varianza

| Varianza Statistica                       | Varianza                |
|-------------------------------------------|-------------------------|
| Sequenza di $n$ numeri: $x_1, \dots, x_n$ | Variabile aleatoria $X$ |
| Media $\bar{x}$                           | Valore atteso $E(X)$    |
|                                           |                         |
|                                           |                         |

# Varianza

| Varianza Statistica                                           | Varianza                   |
|---------------------------------------------------------------|----------------------------|
| Sequenza di $n$ numeri: $x_1, \dots, x_n$                     | Variabile aleatoria $X$    |
| Media $\bar{x}$                                               | Valore atteso $E(X)$       |
| Nuova sequenza: $(x_1 - \bar{x})^2, \dots, (x_n - \bar{x})^2$ | Nuova v.a.: $(X - E(X))^2$ |
|                                                               |                            |

# Varianza

| Varianza Statistica                                                         | Varianza                                            |
|-----------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| Sequenza di $n$ numeri: $x_1, \dots, x_n$                                   | Variabile aleatoria $X$                             |
| Media $\bar{x}$                                                             | Valore atteso $E(X)$                                |
| Nuova sequenza: $(x_1 - \bar{x})^2, \dots, (x_n - \bar{x})^2$               | Nuova v.a.: $(X - E(X))^2$                          |
| Media della nuova $n$ -upla<br>$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2$ | Valore atteso della nuova v.a.<br>$E((X - E(X))^2)$ |

# Varianza

| Varianza Statistica                                                         | Varianza                                            |
|-----------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| Sequenza di $n$ numeri: $x_1, \dots, x_n$                                   | Variabile aleatoria $X$                             |
| Media $\bar{x}$                                                             | Valore atteso $E(X)$                                |
| Nuova sequenza: $(x_1 - \bar{x})^2, \dots, (x_n - \bar{x})^2$               | Nuova v.a.: $(X - E(X))^2$                          |
| Media della nuova $n$ -upla<br>$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2$ | Valore atteso della nuova v.a.<br>$E((X - E(X))^2)$ |

## Definizione (Varianza)

Sia  $X$  una variabile aleatoria discreta avente valore atteso finito. Si chiama **varianza** di  $X$ , il numero

$$\text{Var}(X) = E((X - E(X))^2)$$

a condizione che questo valore sia finito. Altrimenti  $X$  non ha varianza finita.

# Proprietà della Varianza

Sia  $X$  una variabile aleatoria discreta con varianza finita.

Proprietà



# Proprietà della Varianza

Sia  $X$  una variabile aleatoria discreta con varianza finita.

## Proprietà

- $\text{Var}(X) > 0$

# Proprietà della Varianza

Sia  $X$  una variabile aleatoria discreta con varianza finita.

## Proprietà

- $Var(X) > 0$
- $Var(X) = E(X^2) - E(X)^2$

# Proprietà della Varianza

Sia  $X$  una variabile aleatoria discreta con varianza finita.

## Proprietà

- $Var(X) > 0$
- $Var(X) = E(X^2) - E(X)^2$
- $Var(c) = 0$ , per ogni costante  $c$  (esercizio)

# Proprietà della Varianza

Sia  $X$  una variabile aleatoria discreta con varianza finita.

## Proprietà

- $Var(X) > 0$
- $Var(X) = E(X^2) - E(X)^2$
- $Var(c) = 0$ , per ogni costante  $c$  (esercizio)
- $Var(aX + b) = a^2 Var(X)$ , per ogni coppia di costanti  $a, b \in \mathbb{R}$

# Proprietà della Varianza

Sia  $X$  una variabile aleatoria discreta con varianza finita.

## Proprietà

- $\text{Var}(X) > 0$
- $\text{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2$
- $\text{Var}(c) = 0$ , per ogni costante  $c$  (esercizio)
- $\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}(X)$ , per ogni coppia di costanti  $a, b \in \mathbb{R}$

## Proprietà (linearità della varianza)

Se  $X_1, X_2, \dots, X_n$  sono variabili aleatorie indipendenti, allora

$$\text{Var}(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = \text{Var}(X_1) + \text{Var}(X_2) + \dots + \text{Var}(X_n).$$

# Proprietà della Varianza

Sia  $X$  una variabile aleatoria discreta con varianza finita.

## Proprietà

- $Var(X) > 0$
- $Var(X) = E(X^2) - E(X)^2$
- $Var(c) = 0$ , per ogni costante  $c$  (esercizio)
- $Var(aX + b) = a^2 Var(X)$ , per ogni coppia di costanti  $a, b \in \mathbb{R}$

## Proprietà (linearità della varianza)

Se  $X_1, X_2, \dots, X_n$  sono variabili aleatorie indipendenti, allora

$$Var(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = Var(X_1) + Var(X_2) + \dots + Var(X_n).$$

## Esempio

- Quanto vale la varianza di  $X + X$ ?
- Quanto vale la varianza della **binomiale**?

# Proprietà della Varianza

Sia  $X$  una variabile aleatoria discreta con varianza finita.

## Proprietà

- $Var(X) > 0$
- $Var(X) = E(X^2) - E(X)^2$
- $Var(c) = 0$ , per ogni costante  $c$  (esercizio)
- $Var(aX + b) = a^2 Var(X)$ , per ogni coppia di costanti  $a, b \in \mathbb{R}$

## Proprietà (linearità della varianza)

Se  $X_1, X_2, \dots, X_n$  sono variabili aleatorie indipendenti, allora

$$Var(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = Var(X_1) + Var(X_2) + \dots + Var(X_n).$$

## Esempio

- Quanto vale la varianza di  $X + X$ ?
- Quanto vale la varianza della **binomiale**?  
Se  $X \sim B(p)$ ,  $Var(X) = p(1 - p)$   
Se  $X \sim B(n, p)$ ,  $Var(X) = nVar(X_1) = np(1 - p)$

# Deviazione standard e standardizzata



# Deviazione standard e standardizzata

## Definizione (**Deviazione standard**)

Si dice **deviazione standard** o **scarto quadratico medio** di una variabile aleatoria, la radice quadrata della sua varianza:

$$\sigma_X = \sqrt{\text{Var}(X)}.$$

# Deviazione standard e standardizzata

## Definizione (Deviazione standard)

Si dice **deviazione standard** o **scarto quadratico medio** di una variabile aleatoria, la radice quadrata della sua varianza:

$$\sigma_X = \sqrt{\text{Var}(X)}.$$

## Definizione (Standardizzata)

Se  $X$  è una variabile aleatoria dotata di media  $\mu_X$  e varianza  $\sigma_X^2$  finite, si dice **standardizzata di  $X$** , la variabile aleatoria

$$\frac{X - \mu_X}{\sigma_X}.$$

# Deviazione standard e standardizzata

## Definizione (Deviazione standard)

Si dice **deviazione standard** o **scarto quadratico medio** di una variabile aleatoria, la radice quadrata della sua varianza:

$$\sigma_X = \sqrt{\text{Var}(X)}.$$

## Definizione (Standardizzata)

Se  $X$  è una variabile aleatoria dotata di media  $\mu_X$  e varianza  $\sigma_X^2$  finite, si dice **standardizzata di  $X$** , la variabile aleatoria

$$\frac{X - \mu_X}{\sigma_X}.$$

## Osservazione

- Quanto vale il valore atteso della standardizzata?
- Quanto vale la varianza della standardizzata?

# Deviazione standard e standardizzata

## Definizione (Deviazione standard)

Si dice **deviazione standard** o **scarto quadratico medio** di una variabile aleatoria, la radice quadrata della sua varianza:

$$\sigma_X = \sqrt{\text{Var}(X)}.$$

## Definizione (Standardizzata)

Se  $X$  è una variabile aleatoria dotata di media  $\mu_X$  e varianza  $\sigma_X^2$  finite, si dice **standardizzata di  $X$** , la variabile aleatoria

$$\frac{X - \mu_X}{\sigma_X}.$$

## Osservazione

- Quanto vale il valore atteso della standardizzata?  $E\left(\frac{X - \mu_X}{\sigma_X}\right) = 0.$
- Quanto vale la varianza della standardizzata?  $\text{Var}\left(\frac{X - \mu_X}{\sigma_X}\right) = 1.$

# Covarianza

# Covarianza

## Definizione (Covarianza)

Se  $X$  e  $Y$  sono due variabili aleatorie aventi varianza finita, si chiama **covarianza** di  $X$  e  $Y$ , il numero

$$\text{Cov}(X, Y) = E((X - E(X))(Y - E(Y)))$$

# Covarianza

## Definizione (Covarianza)

Se  $X$  e  $Y$  sono due variabili aleatorie aventi varianza finita, si chiama **covarianza** di  $X$  e  $Y$ , il numero

$$\text{Cov}(X, Y) = E((X - E(X))(Y - E(Y)))$$

## Proprietà

1.  $\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$

# Covarianza

## Definizione (Covarianza)

Se  $X$  e  $Y$  sono due variabili aleatorie aventi varianza finita, si chiama **covarianza** di  $X$  e  $Y$ , il numero

$$\text{Cov}(X, Y) = E((X - E(X))(Y - E(Y)))$$

## Proprietà

1.  $\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$
2.  $\text{Cov}(X, X) = \text{Var}(X)$  (esercizio)



# Covarianza

## Definizione (Covarianza)

Se  $X$  e  $Y$  sono due variabili aleatorie aventi varianza finita, si chiama **covarianza** di  $X$  e  $Y$ , il numero

$$\text{Cov}(X, Y) = E((X - E(X))(Y - E(Y)))$$

## Proprietà

1.  $\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$
2.  $\text{Cov}(X, X) = \text{Var}(X)$  (esercizio)
3.  $\text{Cov}(X, c) = 0$ , per ogni costante  $c$

# Covarianza

## Definizione (Covarianza)

Se  $X$  e  $Y$  sono due variabili aleatorie aventi varianza finita, si chiama **covarianza** di  $X$  e  $Y$ , il numero

$$\text{Cov}(X, Y) = E((X - E(X))(Y - E(Y)))$$

## Proprietà

1.  $\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$
2.  $\text{Cov}(X, X) = \text{Var}(X)$  (esercizio)
3.  $\text{Cov}(X, c) = 0$ , per ogni costante  $c$
4.  $\text{Cov}(X, Y) = \text{Cov}(Y, X)$  (commutatività)

# Covarianza

## Definizione (Covarianza)

Se  $X$  e  $Y$  sono due variabili aleatorie aventi varianza finita, si chiama **covarianza** di  $X$  e  $Y$ , il numero

$$\text{Cov}(X, Y) = E((X - E(X))(Y - E(Y)))$$

## Proprietà

1.  $\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$
2.  $\text{Cov}(X, X) = \text{Var}(X)$  (esercizio)
3.  $\text{Cov}(X, c) = 0$ , per ogni costante  $c$
4.  $\text{Cov}(X, Y) = \text{Cov}(Y, X)$  (commutatività)
5.  $\text{Cov}(X + Y, Z) = \text{Cov}(X, Z) + \text{Cov}(Y, Z)$  e  $\text{Cov}(aX, Y) = a\text{Cov}(X, Y)$  (linearità a sinistra) (esercizio)

# Covarianza

## Definizione (Covarianza)

Se  $X$  e  $Y$  sono due variabili aleatorie aventi varianza finita, si chiama **covarianza** di  $X$  e  $Y$ , il numero

$$\text{Cov}(X, Y) = E((X - E(X))(Y - E(Y)))$$

## Proprietà

1.  $\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$
2.  $\text{Cov}(X, X) = \text{Var}(X)$  (esercizio)
3.  $\text{Cov}(X, c) = 0$ , per ogni costante  $c$
4.  $\text{Cov}(X, Y) = \text{Cov}(Y, X)$  (commutatività)
5.  $\text{Cov}(X + Y, Z) = \text{Cov}(X, Z) + \text{Cov}(Y, Z)$  e  $\text{Cov}(aX, Y) = a\text{Cov}(X, Y)$  (linearità a sinistra) (esercizio)
6.  $\text{Cov}(X, Y + Z) = \text{Cov}(X, Y) + \text{Cov}(X, Z)$  e  $\text{Cov}(X, aY) = a\text{Cov}(X, Y)$  (linearità a destra)

# Covarianza

## Definizione (Covarianza)

Se  $X$  e  $Y$  sono due variabili aleatorie aventi varianza finita, si chiama **covarianza** di  $X$  e  $Y$ , il numero

$$\text{Cov}(X, Y) = E((X - E(X))(Y - E(Y)))$$

## Proprietà

1.  $\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$
2.  $\text{Cov}(X, X) = \text{Var}(X)$  (esercizio)
3.  $\text{Cov}(X, c) = 0$ , per ogni costante  $c$
4.  $\text{Cov}(X, Y) = \text{Cov}(Y, X)$  (commutatività)
5.  $\text{Cov}(X + Y, Z) = \text{Cov}(X, Z) + \text{Cov}(Y, Z)$  e  $\text{Cov}(aX, Y) = a\text{Cov}(X, Y)$  (linearità a sinistra) (esercizio)
6.  $\text{Cov}(X, Y + Z) = \text{Cov}(X, Y) + \text{Cov}(X, Z)$  e  $\text{Cov}(X, aY) = a\text{Cov}(X, Y)$  (linearità a destra)
7.  $\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) + 2\text{Cov}(X, Y)$

# Covarianza

## Definizione (Covarianza)

Se  $X$  e  $Y$  sono due variabili aleatorie aventi varianza finita, si chiama **covarianza** di  $X$  e  $Y$ , il numero

$$\text{Cov}(X, Y) = E((X - E(X))(Y - E(Y)))$$

## Proprietà

1.  $\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$
2.  $\text{Cov}(X, X) = \text{Var}(X)$  (esercizio)
3.  $\text{Cov}(X, c) = 0$ , per ogni costante  $c$
4.  $\text{Cov}(X, Y) = \text{Cov}(Y, X)$  (commutatività)
5.  $\text{Cov}(X + Y, Z) = \text{Cov}(X, Z) + \text{Cov}(Y, Z)$  e  $\text{Cov}(aX, Y) = a\text{Cov}(X, Y)$  (linearità a sinistra) (esercizio)
6.  $\text{Cov}(X, Y + Z) = \text{Cov}(X, Y) + \text{Cov}(X, Z)$  e  $\text{Cov}(X, aY) = a\text{Cov}(X, Y)$  (linearità a destra)
7.  $\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) + 2\text{Cov}(X, Y)$
8.  $|\text{Cov}(X, Y)| \leq \sqrt{\text{Var}(X) \cdot \text{Var}(Y)}$  (disuguaglianza di Cauchy-Schwartz)

# Correlazione

# Correlazione

## Definizione (Coefficiente di correlazione)

Il coefficiente di correlazione di  $X$  e  $Y$  è

$$\rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y}.$$



# Correlazione

## Definizione (Coefficiente di correlazione)

Il coefficiente di correlazione di  $X$  e  $Y$  è

$$\rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y}.$$

## Definizione (Incorrelazione)

Due variabili aleatorie  $X$  e  $Y$  aventi varianza finita si dicono **incorrelate** se  $\text{Cov}(X, Y) = 0$ .

# Correlazione

## Definizione (Coefficiente di correlazione)

Il coefficiente di correlazione di  $X$  e  $Y$  è

$$\rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y}.$$

## Definizione (Incorrelazione)

Due variabili aleatorie  $X$  e  $Y$  aventi varianza finita si dicono **incorrelate** se  $\text{Cov}(X, Y) = 0$ .

## Osservazione (Indipendenza e incorrelazione)

Se due variabili aleatorie  $X$  e  $Y$  sono **indipendenti**, allora  $X$  e  $Y$  sono anche **incorrelate**. (esercizio)

# Correlazione

## Definizione (Coefficiente di correlazione)

Il coefficiente di correlazione di  $X$  e  $Y$  è

$$\rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y}.$$

## Definizione (Incorrelazione)

Due variabili aleatorie  $X$  e  $Y$  aventi varianza finita si dicono **incorrelate** se  $\text{Cov}(X, Y) = 0$ .

## Osservazione (Indipendenza e incorrelazione)

Se due variabili aleatorie  $X$  e  $Y$  sono **indipendenti**, allora  $X$  e  $Y$  sono anche **incorrelate**. (esercizio)

## Osservazione

Dalla disuguaglianza di Cauchy-Schwartz si ottiene che  $-1 \leq \rho_{X,Y} \leq 1$ .

# Esercizio

## Esercizio 3.13 (Bramanti)

Lanciamo due dadi. Sia  $X$  il punteggio del primo dado,  $Y$  la somma dei punti dei due dadi.

- a) Calcolare  $Var(Y)$ .
- b) Calcolare  $Cov(X, Y)$ .

# Disuguaglianza di Chebichev

# Disuguaglianza di Chebichev

## Teorema (Disuguaglianza di Chebichev)

Sia  $X$  una variabile aleatoria di valore atteso  $\mu_X$  e varianza  $\sigma_X^2$  finite. Allora, per ogni numero  $\delta > 0$ ,

$$P(|X - \mu_X| \geq \delta \sigma_X) \leq \frac{1}{\delta^2}.$$

# Disuguaglianza di Chebichev

## Teorema (Disuguaglianza di Chebichev)

Sia  $X$  una variabile aleatoria di valore atteso  $\mu_X$  e varianza  $\sigma_X^2$  finite. Allora, per ogni numero  $\delta > 0$ ,

$$P(|X - \mu_X| \geq \delta \sigma_X) \leq \frac{1}{\delta^2}.$$

## Osservazione

$$P(|X - \mu_X| < \delta \sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{\delta^2}.$$

Ovvero

$$P(\mu_X - \delta \sigma_X < X < \mu_X + \delta \sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{\delta^2}.$$

# Disuguaglianza di Chebichev

## Teorema (Disuguaglianza di Chebichev)

Sia  $X$  una variabile aleatoria di valore atteso  $\mu_X$  e varianza  $\sigma_X^2$  finite. Allora, per ogni numero  $\delta > 0$ ,

$$P(|X - \mu_X| \geq \delta\sigma_X) \leq \frac{1}{\delta^2}.$$

## Osservazione

$$P(|X - \mu_X| < \delta\sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{\delta^2}.$$

Ovvero

$$P(\mu_X - \delta\sigma_X < X < \mu_X + \delta\sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{\delta^2}.$$

## Applicazione



# Disuguaglianza di Chebichev

## Teorema (Disuguaglianza di Chebichev)

Sia  $X$  una variabile aleatoria di valore atteso  $\mu_X$  e varianza  $\sigma_X^2$  finite. Allora, per ogni numero  $\delta > 0$ ,

$$P(|X - \mu_X| \geq \delta \sigma_X) \leq \frac{1}{\delta^2}.$$

## Osservazione

$$P(|X - \mu_X| < \delta \sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{\delta^2}.$$

Ovvero

$$P(\mu_X - \delta \sigma_X < X < \mu_X + \delta \sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{\delta^2}.$$

## Applicazione

Se  $\delta = 3$

# Disuguaglianza di Chebichev

## Teorema (Disuguaglianza di Chebichev)

Sia  $X$  una variabile aleatoria di valore atteso  $\mu_X$  e varianza  $\sigma_X^2$  finite. Allora, per ogni numero  $\delta > 0$ ,

$$P(|X - \mu_X| \geq \delta \sigma_X) \leq \frac{1}{\delta^2}.$$

## Osservazione

$$P(|X - \mu_X| < \delta \sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{\delta^2}.$$

Ovvero

$$P(\mu_X - \delta \sigma_X < X < \mu_X + \delta \sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{\delta^2}.$$

## Applicazione

Se  $\delta = 3$ , allora  $P(|X - \mu_X| < 3\sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{9} \simeq 0.88$ .

# Disuguaglianza di Chebichev

## Teorema (Disuguaglianza di Chebichev)

Sia  $X$  una variabile aleatoria di valore atteso  $\mu_X$  e varianza  $\sigma_X^2$  finite. Allora, per ogni numero  $\delta > 0$ ,

$$P(|X - \mu_X| \geq \delta\sigma_X) \leq \frac{1}{\delta^2}.$$

## Osservazione

$$P(|X - \mu_X| < \delta\sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{\delta^2}.$$

Ovvero

$$P(\mu_X - \delta\sigma_X < X < \mu_X + \delta\sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{\delta^2}.$$

## Applicazione

Se  $\delta = 3$ , allora  $P(|X - \mu_X| < 3\sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{9} \simeq 0.88$ .

Se  $\delta = 5$

# Disuguaglianza di Chebichev

## Teorema (Disuguaglianza di Chebichev)

Sia  $X$  una variabile aleatoria di valore atteso  $\mu_X$  e varianza  $\sigma_X^2$  finite. Allora, per ogni numero  $\delta > 0$ ,

$$P(|X - \mu_X| \geq \delta \sigma_X) \leq \frac{1}{\delta^2}.$$

## Osservazione

$$P(|X - \mu_X| < \delta \sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{\delta^2}.$$

Ovvero

$$P(\mu_X - \delta \sigma_X < X < \mu_X + \delta \sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{\delta^2}.$$

## Applicazione

Se  $\delta = 3$ , allora  $P(|X - \mu_X| < 3\sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{9} \simeq 0.88$ .

Se  $\delta = 5$ , allora  $P(|X - \mu_X| < 5\sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{25} = 0.96$ .

# Disuguaglianza di Chebichev

## Teorema (Disuguaglianza di Chebichev)

Sia  $X$  una variabile aleatoria di valore atteso  $\mu_X$  e varianza  $\sigma_X^2$  finite. Allora, per ogni numero  $\delta > 0$ ,

$$P(|X - \mu_X| \geq \delta \sigma_X) \leq \frac{1}{\delta^2}.$$

## Osservazione

$$P(|X - \mu_X| < \delta \sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{\delta^2}.$$

Ovvero

$$P(\mu_X - \delta \sigma_X < X < \mu_X + \delta \sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{\delta^2}.$$

## Applicazione

Se  $\delta = 3$ , allora  $P(|X - \mu_X| < 3\sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{9} \simeq 0.88$ .

Se  $\delta = 5$ , allora  $P(|X - \mu_X| < 5\sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{25} = 0.96$ .

Se  $\delta = 10$

# Disuguaglianza di Chebichev

## Teorema (Disuguaglianza di Chebichev)

Sia  $X$  una variabile aleatoria di valore atteso  $\mu_X$  e varianza  $\sigma_X^2$  finite. Allora, per ogni numero  $\delta > 0$ ,

$$P(|X - \mu_X| \geq \delta \sigma_X) \leq \frac{1}{\delta^2}.$$

## Osservazione

$$P(|X - \mu_X| < \delta \sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{\delta^2}.$$

Ovvero

$$P(\mu_X - \delta \sigma_X < X < \mu_X + \delta \sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{\delta^2}.$$

## Applicazione

Se  $\delta = 3$ , allora  $P(|X - \mu_X| < 3\sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{9} \simeq 0.88$ .

Se  $\delta = 5$ , allora  $P(|X - \mu_X| < 5\sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{25} = 0.96$ .

Se  $\delta = 10$ , allora  $P(|X - \mu_X| < 10\sigma_X) \geq 1 - \frac{1}{100} = 0.99$ .