Processo di Poisson

Processo di Poisson

Esempio 65 (Bramanti)

Sia λ il numero *medio* di persone che transitano dalla Stazione Centrale di Milano in un giorno (feriale) qualsiasi, e sia X il numero *effettivo* di persone che transiterà dalla stazione martedì prossimo.
Supponendo λ noto, è possibile calcolare la probabilità che X assuma un certo valore k?

Processo di Poisson

Esempio 65 (Bramanti)

Sia λ il numero *medio* di persone che transitano dalla Stazione Centrale di Milano in un giorno (feriale) qualsiasi, e sia X il numero *effettivo* di persone che transiterà dalla stazione martedì prossimo.
Supponendo λ noto, è possibile calcolare la probabilità che X assuma un certo valore k?

Definizione (**Legge di Poisson**)

Si dice **legge di Poisson** di parametro $\lambda > 0$, la legge di una variabile aleatoria discreta X la cui densità è data da

$$P(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$$

per $k = 0, 1, 2, ...$; e si scrive $X \sim P_0(\lambda)$.

Processo di Poisson

Esempio 65 (Bramanti)

Sia λ il numero *medio* di persone che transitano dalla Stazione Centrale di Milano in un giorno (feriale) qualsiasi, e sia X il numero *effettivo* di persone che transiterà dalla stazione martedì prossimo.
Supponendo λ noto, è possibile calcolare la probabilità che X assuma un certo valore k?

Definizione (Legge di Poisson)

Si dice **legge di Poisson** di parametro $\lambda > 0$, la legge di una variabile aleatoria discreta X la cui densità è data da

$$P(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$$

per $k = 0, 1, 2, ...$; e si scrive $X \sim P_0(\lambda)$.

Proposizione (Valore atteso e varianza della poissoniana)

$$E(X) = \lambda \text{ e } Var(X) = \lambda.$$

Processo di Poisson

Esempio (Legge di Poisson per approssimare la binomiale)

In una linea produttiva la frequenza relativa con cui sono prodotti pezzi difettosi è 0.01.
Qual è la probabilità che su 1000 pezzi prodotti ce ne siano esattamente 4 difettosi?

Esempio (Legge di Poisson per modellare fenomeni casuali)

A un casello autostradale arriva un numero medio di 240 automobili all'ora. Questa media è calcolata in base alle osservazioni effettuate nei giorni feriali, dalle 10 del mattino alle 16.
Qual è la probabilità che dalle 11.05 **alle** 11.06 **di martedì prossimo passino al massimo due automobili?**

Processo di Poisson: bombardamento su Londra

Esempio storico (Bombardamenti su Londra durante la II Guerra Mondiale)

In una regione di 144 km^2 erano cadute 537 bombe. Sembrava che alcune zone venissero colpite più di altre, facendo pensare che i razzi tedeschi avessero degli obiettivi precisi. **Analisi dello statistico R. D. Clarke**.