Curva di Lorenz e Indice di Gini

Come valutare le disuguaglianze nella distribuzione del reddito di una popolazione?

Curva di Lorenz e Indice di Gini

Come valutare le disuguaglianze nella distribuzione del reddito di una popolazione?

Esempio

Consideriamo una popolazione di 10 abitanti, dove ciascuno ha reddito di 1000 euro. In questo caso siamo nella perfetta equidistribuzione:

$$1000,\ 1000,\ 1000,\ 1000,\ 1000,\ 1000,\ 1000,\ 1000,\ 1000,\ 1000.$$

Curva di Lorenz e Indice di Gini

Come valutare le disuguaglianze nella distribuzione del reddito di una popolazione?

Esempio

Consideriamo una popolazione di 10 abitanti, dove ciascuno ha reddito di 1000 euro. In questo caso siamo nella perfetta equidistribuzione:

$$1000,\ 1000,\ 1000,\ 1000,\ 1000,\ 1000,\ 1000,\ 1000,\ 1000,\ 1000.$$

- *Il reddito totale: 10000 euro è perfettamente equidistribuito.*
- *Ognuno ha il 10% del totale.*

Curva di Lorenz e Indice di Gini

Come valutare le disuguaglianze nella distribuzione del reddito di una popolazione?

Esempio

Consideriamo una popolazione di 10 abitanti, dove ciascuno ha reddito di 1000 euro. In questo caso siamo nella perfetta equidistribuzione:

$$1000,\ 1000,\ 1000,\ 1000,\ 1000,\ 1000,\ 1000,\ 1000,\ 1000,\ 1000.$$

- *Il reddito totale: 10000 euro è perfettamente equidistribuito.*
- *Ognuno ha il 10% del totale.*
- *Inoltre:*
  - *Il 10% della popolazione ha il 10% del reddito.*
  - *Il 20% della popolazione ha il 20% del reddito.*
  - ...
  - *Il 50% della popolazione ha il 50% del reddito.*
  - ...

Curva di Lorenz e Indice di Gini

Come valutare le disuguaglianze nella distribuzione del reddito di una popolazione?

Esempio

Consideriamo una popolazione di 10 abitanti, dove ciascuno ha reddito di 1000 euro. In questo caso siamo nella perfetta equidistribuzione:

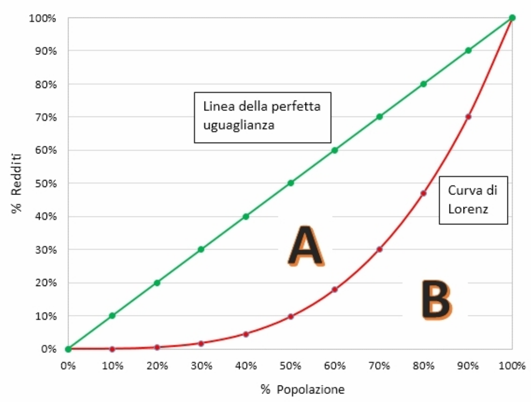
1000, 1000, 1000, 1000, 1000, 1000, 1000, 1000, 1000, 1000.

- *Il reddito totale: 10000 euro è perfettamente equidistribuito.*
- *Ognuno ha il 10% del totale.*
- *Inoltre:*
  - *Il 10% della popolazione ha il 10% del reddito.*
  - *Il 20% della popolazione ha il 20% del reddito.*
  - *...*
  - *Il 50% della popolazione ha il 50% del reddito.*
  - *...*

Rappresentiamo quanto detto su un diagramma cartesiano.

Curva di Lorenz e Indice di Gini

Come valutare le disuguaglianze nella distribuzione del reddito di una popolazione?



Curva di Lorenz e Indice di Gini

Distribuzione della ricchezza in una popolazione

Dati del reddito mensile in euro (**ordinati**):

$$0, 0, 0, 500, 500, 600, 600, 800, 1000, 20000.$$

Curva di Lorenz e Indice di Gini

Distribuzione della ricchezza in una popolazione

Dati del reddito mensile in euro (**ordinati**):

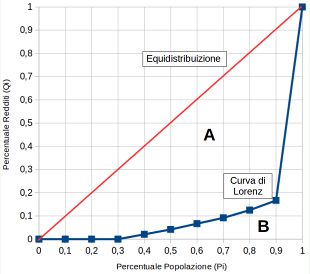
$$0, 0, 0, 500, 500, 600, 600, 800, 1000, 20000.$$

Indice (i)	Perc. Popolazione (P_i)	Valore (x_i)	Valore Cumulativo (C_i)	Perc. Cumulativa (Q_i)
1	0,1	0	0	0
2	0,2	0	0	0
3	0,3	0	0	0
4	0,4	500	500	0,021
5	0,5	500	1000	0,042
6	0,6	600	1600	0,067
7	0,7	600	2200	0,092
8	0,8	800	3000	0,125
9	0,9	1000	4000	0,167
10	1	20000	24000	1
Somme	**5,5**	**24000**		**1,513**

Curva di Lorenz e Indice di Gini

Distribuzione della ricchezza in una popolazione

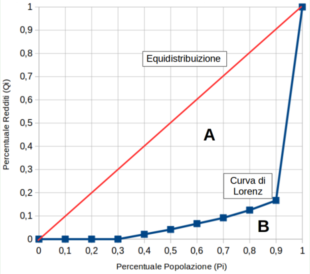
Indice (i)	Perc. Popolazione (P_i)	Valore (x_i)	Valore Cumulativo (C_i)	Perc. Cumulativa (Q_i)
1	0,1	0	0	0
2	0,2	0	0	0
3	0,3	0	0	0
4	0,4	500	500	0,021
5	0,5	500	1000	0,042
6	0,6	600	1600	0,067
7	0,7	600	2200	0,092
8	0,8	800	3000	0,125
9	0,9	1000	4000	0,167
10	1	20000	24000	1
Somme	**5,5**	**24000**		**1,513**



Curva di Lorenz e Indice di Gini

Distribuzione della ricchezza in una popolazione

Indice (i)	Perc. Popolazione (P_i)	Valore (x_i)	Valore Cumulativo (C_i)	Perc. Cumulativa (Q_i)
1	0,1	0	0	0
2	0,2	0	0	0
3	0,3	0	0	0
4	0,4	500	500	0,021
5	0,5	500	1000	0,042
6	0,6	600	1600	0,067
7	0,7	600	2200	0,092
8	0,8	800	3000	0,125
9	0,9	1000	4000	0,167
10	1	20000	24000	1
Somme	**5,5**	**24000**		**1,513**



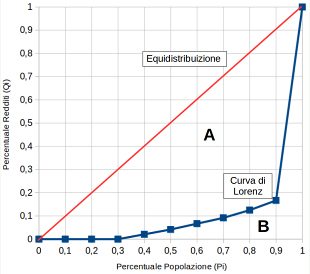
Indice di Gini:

$$G = \frac{A}{A+B}$$

Curva di Lorenz e Indice di Gini

Distribuzione della ricchezza in una popolazione

Indice (i)	Perc. Popolazione (P_i)	Valore (x_i)	Valore Cumulativo (C_i)	Perc. Cumulativa (Q_i)
1	0,1	0	0	0
2	0,2	0	0	0
3	0,3	0	0	0
4	0,4	500	500	0,021
5	0,5	500	1000	0,042
6	0,6	600	1600	0,067
7	0,7	600	2200	0,092
8	0,8	800	3000	0,125
9	0,9	1000	4000	0,167
10	1	20000	24000	1
Somme	**5,5**	**24000**		**1,513**



Indice di Gini:

$$G = \frac{A}{A+B}$$

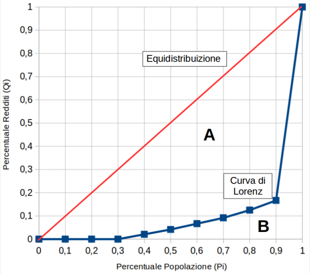
Equivalentemente:

$$G = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_i}{\sum_{i=1}^{n} P_i}$$

Curva di Lorenz e Indice di Gini

Distribuzione della ricchezza in una popolazione

Indice (i)	Perc. Popolazione (P_i)	Valore (x_i)	Valore Cumulativo (C_i)	Perc. Cumulativa (Q_i)
1	0,1	0	0	0
2	0,2	0	0	0
3	0,3	0	0	0
4	0,4	500	500	0,021
5	0,5	500	1000	0,042
6	0,6	600	1600	0,067
7	0,7	600	2200	0,092
8	0,8	800	3000	0,125
9	0,9	1000	4000	0,167
10	1	20000	24000	1
Somme	**5,5**	**24000**		**1,513**



Indice di Gini:

$$G = \frac{A}{A+B}$$

Equivalentemente:

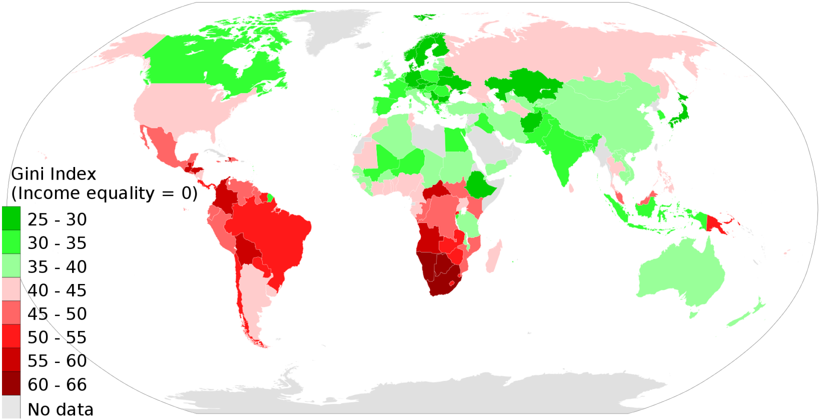
$$G = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_i}{\sum_{i=1}^{n} P_i}$$

Nel nostro esempio:

$$G = 1 - \frac{1.513}{5.5} = 0.725$$

Curva di Lorenz e Indice di Gini

Valori dell'indice di Gini in percentuale (dati del 2014).



Percentili (o Quantili)

La **mediana** corrisponde al valore che identifica il 50% **dei dati**.

Percentili (o Quantili)

La **mediana** corrisponde al valore che identifica il 50% **dei dati**.
Questo concetto può essere generalizzato ad **una percentuale qualsiasi**.

Percentili (o Quantili)

La **mediana** corrisponde al valore che identifica il 50% **dei dati**.
Questo concetto può essere generalizzato ad **una percentuale qualsiasi**.

Esercizio 1.7 (Bramanti)

Dati relativi alla variabile statistica: $X =$ "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus", in 15 giorni lavorativi:

$$10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$$

Percentili (o Quantili)

La **mediana** corrisponde al valore che identifica il 50% **dei dati**.
Questo concetto può essere generalizzato ad **una percentuale qualsiasi**.

Esercizio 1.7 (Bramanti)

Dati relativi alla variabile statistica: $X =$ "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus", in 15 giorni lavorativi:

$$10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$$

Ordiniamo i dati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

Percentili (o Quantili)

La **mediana** corrisponde al valore che identifica il 50% **dei dati**.
Questo concetto può essere generalizzato ad **una percentuale qualsiasi**.

Esercizio 1.7 (Bramanti)

Dati relativi alla variabile statistica: $X =$ "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus", in 15 giorni lavorativi:

$$10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$$

Ordiniamo i dati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

1. Calcoliamo la mediana.

Percentili (o Quantili)

La **mediana** corrisponde al valore che identifica il 50% **dei dati**.
Questo concetto può essere generalizzato ad **una percentuale qualsiasi**.

Esercizio 1.7 (Bramanti)

Dati relativi alla variabile statistica: $X =$ "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus", in 15 giorni lavorativi:

$$10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$$

Ordiniamo i dati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

1. Calcoliamo la mediana. Moltiplichiamo 0.5 per il totale dei dati 15:

Percentili (o Quantili)

La **mediana** corrisponde al valore che identifica il 50% **dei dati**.
Questo concetto può essere generalizzato ad **una percentuale qualsiasi**.

Esercizio 1.7 (Bramanti)

Dati relativi alla variabile statistica: $X =$ "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus", in 15 giorni lavorativi:

$$10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$$

Ordiniamo i dati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

1. Calcoliamo la mediana. Moltiplichiamo 0.5 per il totale dei dati 15: $\lceil 0.5 \cdot 15 \rceil = \lceil 7.5 \rceil = 8.$

Percentili (o Quantili)

La **mediana** corrisponde al valore che identifica il 50% **dei dati**.
Questo concetto può essere generalizzato ad **una percentuale qualsiasi**.

Esercizio 1.7 (Bramanti)

Dati relativi alla variabile statistica: $X =$ "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus", in 15 giorni lavorativi:

$$10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$$

Ordiniamo i dati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

1. Calcoliamo la mediana. Moltiplichiamo 0.5 per il totale dei dati 15: $\lceil 0.5 \cdot 15 \rceil = \lceil 7.5 \rceil = 8$. Dunque, $m = x_8 = 9$.

Percentili (o Quantili)

La **mediana** corrisponde al valore che identifica il 50% **dei dati**.
Questo concetto può essere generalizzato ad **una percentuale qualsiasi**.

Esercizio 1.7 (Bramanti)

Dati relativi alla variabile statistica: $X =$ "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus", in 15 giorni lavorativi:

$$10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$$

Ordiniamo i dati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

1. Calcoliamo la mediana. Moltiplichiamo 0.5 per il totale dei dati 15: $\lceil 0.5 \cdot 15 \rceil = \lceil 7.5 \rceil = 8$. Dunque, $m = x_8 = 9$.
2. **Vogliamo determinare il valore che identifica il** 70% **dei dati.**

Percentili (o Quantili)

La **mediana** corrisponde al valore che identifica il 50% **dei dati**.
Questo concetto può essere generalizzato ad **una percentuale qualsiasi**.

Esercizio 1.7 (Bramanti)

Dati relativi alla variabile statistica: $X =$ "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus", in 15 giorni lavorativi:

$$10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$$

Ordiniamo i dati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

1. Calcoliamo la mediana. Moltiplichiamo 0.5 per il totale dei dati 15: $\lceil 0.5 \cdot 15 \rceil = \lceil 7.5 \rceil = 8$. Dunque, $m = x_8 = 9$.
2. **Vogliamo determinare il valore che identifica il** 70% **dei dati.**
   Moltiplichiamo 0.7 per il totale dei dati 15:

Percentili (o Quantili)

La **mediana** corrisponde al valore che identifica il 50% **dei dati**.
Questo concetto può essere generalizzato ad **una percentuale qualsiasi**.

Esercizio 1.7 (Bramanti)

Dati relativi alla variabile statistica: $X =$ "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus", in 15 giorni lavorativi:

$$10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$$

Ordiniamo i dati: $\quad 1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

1. Calcoliamo la mediana. Moltiplichiamo 0.5 per il totale dei dati 15: $\lceil 0.5 \cdot 15 \rceil = \lceil 7.5 \rceil = 8$. Dunque, $m = x_8 = 9$.
2. **Vogliamo determinare il valore che identifica il 70% dei dati.**
   Moltiplichiamo 0.7 per il totale dei dati 15: $\lceil 0.7 \cdot 15 \rceil = \lceil 10.5 \rceil = 11.$

Percentili (o Quantili)

La **mediana** corrisponde al valore che identifica il 50% **dei dati**.
Questo concetto può essere generalizzato ad **una percentuale qualsiasi**.

Esercizio 1.7 (Bramanti)

Dati relativi alla variabile statistica: $X =$ "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus", in 15 giorni lavorativi:

$$10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$$

Ordiniamo i dati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

1. Calcoliamo la mediana. Moltiplichiamo 0.5 per il totale dei dati 15: $\lceil 0.5 \cdot 15 \rceil = \lceil 7.5 \rceil = 8$. Dunque, $m = x_8 = 9$.
2. **Vogliamo determinare il valore che identifica il** 70% **dei dati.**
   Moltiplichiamo 0.7 per il totale dei dati 15: $\lceil 0.7 \cdot 15 \rceil = \lceil 10.5 \rceil = 11$.
   Il valore ottenuto, lo indicheremo con $q_{0.7}$. Pertanto:

Percentili (o Quantili)

La **mediana** corrisponde al valore che identifica il 50% **dei dati**.
Questo concetto può essere generalizzato ad **una percentuale qualsiasi**.

Esercizio 1.7 (Bramanti)

Dati relativi alla variabile statistica: $X =$ "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus", in 15 giorni lavorativi:

$$10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$$

Ordiniamo i dati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

1. Calcoliamo la mediana. Moltiplichiamo 0.5 per il totale dei dati 15: $\lceil 0.5 \cdot 15 \rceil = \lceil 7.5 \rceil = 8$. Dunque, $m = x_8 = 9$.
2. **Vogliamo determinare il valore che identifica il** 70% **dei dati.** Moltiplichiamo 0.7 per il totale dei dati 15: $\lceil 0.7 \cdot 15 \rceil = \lceil 10.5 \rceil = 11$. Il valore ottenuto, lo indicheremo con $q_{0.7}$. Pertanto:
$$q_{0.7} = x_{11} = 10.$$

Percentili (o Quantili)

Definizione (Percentile)

Siano $x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_n$*, n dati osservati ordinati e sia* $p \in [0, 1]$*. Il* p**-esimo quantile** *(o* 100p**-esimo percentile***) è*

$$q_p = \begin{cases} x_{\lceil np \rceil} & \text{se } np \text{ non è intero;} \\ \frac{x_{np} + x_{np+1}}{2} & \text{se } np \text{ è intero.} \end{cases}$$

Percentili (o Quantili)

Definizione (Percentile)

Siano $x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_n$, *n dati osservati ordinati e sia* $p \in [0,1]$. *Il* p-**esimo quantile** *(o* 100p-**esimo percentile***) è*

$$q_p = \begin{cases} x_{\lceil np \rceil} & \text{se } np \text{ non è intero;} \\ \frac{x_{np}+x_{np+1}}{2} & \text{se } np \text{ è intero.} \end{cases}$$

Definizione (Quartili)

Il 25*-esimo,* 50*-esimo e* 75*-esimo percentile, vengono indicati con* Q_1, Q_2 *e* Q_3, *rispettivamente, e sono detti* **primo**, **secondo** *e* **terzo quartile**.

Percentili (o Quantili)

Definizione (Percentile)

Siano $x_1 \leq x_2 \leq ... \leq x_n$, *n dati osservati ordinati e sia* $p \in [0, 1]$. *Il* p**-esimo quantile** *(o* 100p**-esimo percentile***) è*

$$q_p = \begin{cases} x_{\lceil np \rceil} & \text{se } np \text{ non è intero;} \\ \frac{x_{np} + x_{np+1}}{2} & \text{se } np \text{ è intero.} \end{cases}$$

Definizione (Quartili)

Il 25*-esimo,* 50*-esimo e* 75*-esimo percentile, vengono indicati con* Q_1, Q_2 *e* Q_3, *rispettivamente, e sono detti* **primo**, **secondo** *e* **terzo quartile**.

Indici di dispersione connessi ai quantili:

Percentili (o Quantili)

Definizione (Percentile)

Siano $x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_n$, *n dati osservati ordinati e sia* $p \in [0, 1]$. *Il* **p-esimo quantile** *(o* 100**p-esimo percentile***) è*

$$q_p = \begin{cases} x_{\lceil np \rceil} & \text{se } np \text{ non è intero;} \\ \frac{x_{np} + x_{np+1}}{2} & \text{se } np \text{ è intero.} \end{cases}$$

Definizione (Quartili)

Il 25*-esimo,* 50*-esimo e* 75*-esimo percentile, vengono indicati con* Q_1, Q_2 *e* Q_3*, rispettivamente, e sono detti* **primo**, **secondo** *e* **terzo quartile**.

Indici di dispersione connessi ai quantili:

- **Differenza interquartile**: $IQR = Q_3 - Q_1$.

Percentili (o Quantili)

Definizione (Percentile)

Siano $x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_n$, *n dati osservati ordinati e sia* $p \in [0,1]$. *Il* p-**esimo quantile** *(o* 100p-**esimo percentile***) è*

$$q_p = \begin{cases} x_{\lceil np \rceil} & \text{se } np \text{ non è intero;} \\ \frac{x_{np}+x_{np+1}}{2} & \text{se } np \text{ è intero.} \end{cases}$$

Definizione (Quartili)

Il 25-*esimo,* 50-*esimo e* 75-*esimo percentile, vengono indicati con* Q_1, Q_2 *e* Q_3, *rispettivamente, e sono detti* **primo**, **secondo** *e* **terzo quartile**.

Indici di dispersione connessi ai quantili:

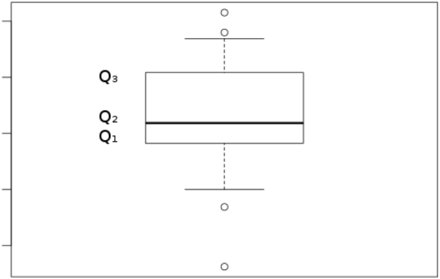
- **Differenza interquartile**: $IQR = Q_3 - Q_1$.
- Differenza tra la massima e la minima osservazione: **range**:

$$\max\{x_1, \ldots, x_n\} - \min\{x_1, \ldots, x_n\}.$$

Boxplot

Grafico connesso ai quantili: **boxplot** (o *box and whisker plot*):

- **Box**: rettangolo delimitato da Q_1 e Q_3, con una linea orizzontale interna rappresentante la mediana. La metà dei dati è nel box.
- **Whisker**: i baffi (segmenti verticali) rappresentati dal 5^o e dal 95^o percentile (o dal 10^o e dal 90^o). Quasi tutti i dati cadono entro i baffi.
- **Outliers**: cerchietti che rappresentano i dati "anomali".



Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

$X =$ "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

b) Determinare il **primo** e il **terzo quartile**.

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

$X =$ "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

b) Determinare il **primo** e il **terzo quartile**.

$$p = \frac{1}{4}$$

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

$X =$ "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

b) Determinare il **primo** e il **terzo quartile**.

$$p = \frac{1}{4} \Rightarrow np = 3.75$$

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

b) Determinare il **primo** e il **terzo quartile**.

$$p = \frac{1}{4} \Rightarrow np = 3.75 \Rightarrow Q_1 = x_{\lceil 3.75 \rceil}$$

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

b) Determinare il **primo** e il **terzo quartile**.

$$p = \frac{1}{4} \Rightarrow np = 3.75 \Rightarrow Q_1 = x_{\lceil 3.75 \rceil} = x_4$$

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

b) Determinare il **primo** e il **terzo quartile**.

$$p = \frac{1}{4} \Rightarrow np = 3.75 \Rightarrow Q_1 = x_{\lceil 3.75 \rceil} = x_4 = 3;$$

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

b) Determinare il **primo** e il **terzo quartile**.

$$p = \frac{1}{4} \Rightarrow np = 3.75 \Rightarrow Q_1 = x_{\lceil 3.75 \rceil} = x_4 = 3;$$

$$p = \frac{3}{4}$$

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

b) Determinare il **primo** e il **terzo quartile**.

$$p = \frac{1}{4} \Rightarrow np = 3.75 \Rightarrow Q_1 = x_{\lceil 3.75 \rceil} = x_4 = 3;$$

$$p = \frac{3}{4} \Rightarrow np = 11.25$$

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

b) Determinare il **primo** e il **terzo quartile**.

$$p = \frac{1}{4} \Rightarrow np = 3.75 \Rightarrow Q_1 = x_{\lceil 3.75 \rceil} = x_4 = 3;$$

$$p = \frac{3}{4} \Rightarrow np = 11.25 \Rightarrow Q_3 = x_{\lceil 11.25 \rceil}$$

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

b) Determinare il **primo** e il **terzo quartile**.

$$p = \frac{1}{4} \Rightarrow np = 3.75 \Rightarrow Q_1 = x_{\lceil 3.75 \rceil} = x_4 = 3;$$

$$p = \frac{3}{4} \Rightarrow np = 11.25 \Rightarrow Q_3 = x_{\lceil 11.25 \rceil} = x_{12}$$

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

b) Determinare il **primo** e il **terzo quartile**.

$$p = \frac{1}{4} \Rightarrow np = 3.75 \Rightarrow Q_1 = x_{\lceil 3.75 \rceil} = x_4 = 3;$$

$$p = \frac{3}{4} \Rightarrow np = 11.25 \Rightarrow Q_3 = x_{\lceil 11.25 \rceil} = x_{12} = 13.$$

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

c) Determinare i baffi (10^o **e** 90^o-**percentile**).

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

c) Determinare i baffi (10^o **e** 90^o-**percentile**).

$$p = \frac{10}{100}$$

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

c) Determinare i baffi (10^o **e** 90^o-**percentile**).

$$p = \frac{10}{100} \Rightarrow np = 1.5$$

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

c) Determinare i baffi (10^o **e** 90^o-**percentile**).

$$p = \frac{10}{100} \Rightarrow np = 1.5 \Rightarrow q_{0.1} = x_{\lceil 1.5 \rceil}$$

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

c) Determinare i baffi (10^o e 90^o-**percentile**).

$$p = \frac{10}{100} \Rightarrow np = 1.5 \Rightarrow q_{0.1} = x_{\lceil 1.5 \rceil} = x_2$$

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

c) Determinare i baffi (10^o e 90^o-**percentile**).

$$p = \frac{10}{100} \Rightarrow np = 1.5 \Rightarrow q_{0.1} = x_{\lceil 1.5 \rceil} = x_2 = 2;$$

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

c) Determinare i baffi (10^o e 90^o-**percentile**).

$$p = \frac{10}{100} \Rightarrow np = 1.5 \Rightarrow q_{0.1} = x_{\lceil 1.5 \rceil} = x_2 = 2;$$

$$p = \frac{90}{100}$$

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

c) Determinare i baffi (10^o **e** 90^o-**percentile**).

$$p = \frac{10}{100} \Rightarrow np = 1.5 \Rightarrow q_{0.1} = x_{\lceil 1.5 \rceil} = x_2 = 2;$$

$$p = \frac{90}{100} \Rightarrow np = 13.5$$

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

c) Determinare i baffi (10^o **e** 90^o**-percentile**).

$$p = \frac{10}{100} \Rightarrow np = 1.5 \Rightarrow q_{0.1} = x_{\lceil 1.5 \rceil} = x_2 = 2;$$

$$p = \frac{90}{100} \Rightarrow np = 13.5 \Rightarrow q_{0.9} = x_{\lceil 13.5 \rceil}$$

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

c) Determinare i baffi (10^o e 90^o-**percentile**).

$$p = \frac{10}{100} \Rightarrow np = 1.5 \Rightarrow q_{0.1} = x_{\lceil 1.5 \rceil} = x_2 = 2;$$

$$p = \frac{90}{100} \Rightarrow np = 13.5 \Rightarrow q_{0.9} = x_{\lceil 13.5 \rceil} = x_{14}$$

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15$.
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19$.

---

c) Determinare i baffi (10^o **e** 90^o**-percentile**).

$$p = \frac{10}{100} \Rightarrow np = 1.5 \Rightarrow q_{0.1} = x_{\lceil 1.5 \rceil} = x_2 = 2;$$

$$p = \frac{90}{100} \Rightarrow np = 13.5 \Rightarrow q_{0.9} = x_{\lceil 13.5 \rceil} = x_{14} = 17.$$

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

c) Determinare i baffi (10^o e 90^o-**percentile**).

$$p = \frac{10}{100} \Rightarrow np = 1.5 \Rightarrow q_{0.1} = x_{\lceil 1.5 \rceil} = x_2 = 2;$$

$$p = \frac{90}{100} \Rightarrow np = 13.5 \Rightarrow q_{0.9} = x_{\lceil 13.5 \rceil} = x_{14} = 17.$$

Dunque $x_1 = 1$ e $x_{15} = 19$ sono due outliers.

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

d) Tracciare un boxplot.

Percentili (o Quantili)

Esercizio 1.7 (Bramanti)

X = "minuti che una persona ha dovuto aspettare per prendere l'autobus"
15 giorni lavorativi: $10, 1, 13, 9, 5, 9, 2, 19, 3, 8, 6, 17, 2, 10, 15.$
Dati ordinati: $1, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 17, 19.$

---

d) Tracciare un boxplot.