MATEMATICA PER L'ANALISI DEI DATI

Capitolo 2: Calcolo delle Probabilità

2.2 Calcolo combinatorio

Giovanni Amendola

Corso di laurea triennale in Informatica
Università della Calabria

Anno Accademico 2020/2021

Schema delle scelte successive: Esempio

Esempio 14 (Bramanti)

Una casa automobilistica produce una linea di vetture con

- 3 cilindrate (piccola, media, grande);
- 2 versioni (base, accessoriata);
- 4 colori (verde, nero, rosso, azzurro).

Quanti tipi di vetture diverse compongono la linea?

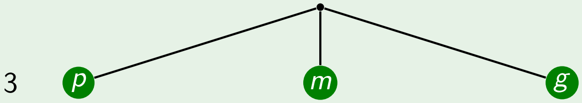
Schema delle scelte successive: Esempio

Esempio 14 (Bramanti)

Una casa automobilistica produce una linea di vetture con

- 3 cilindrate (piccola, media, grande);
- 2 versioni (base, accessoriata);
- 4 colori (verde, nero, rosso, azzurro).

Quanti tipi di vetture diverse compongono la linea?



Schema delle scelte successive: Esempio

Esempio 14 (Bramanti)

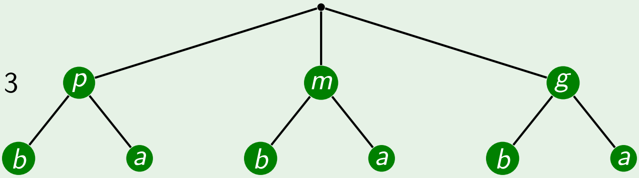
Una casa automobilistica produce una linea di vetture con

- 3 cilindrate (piccola, media, grande);
- 2 versioni (base, accessoriata);
- 4 colori (verde, nero, rosso, azzurro).

Quanti tipi di vetture diverse compongono la linea?

3

$3 \cdot 2 = 6$



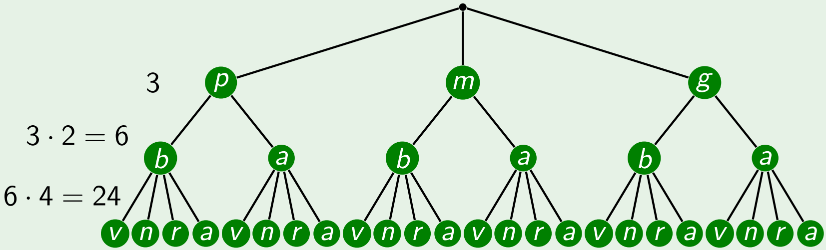
Schema delle scelte successive: Esempio

Esempio 14 (Bramanti)

Una casa automobilistica produce una linea di vetture con

- 3 cilindrate (piccola, media, grande);
- 2 versioni (base, accessoriata);
- 4 colori (verde, nero, rosso, azzurro).

Quanti tipi di vetture diverse compongono la linea?



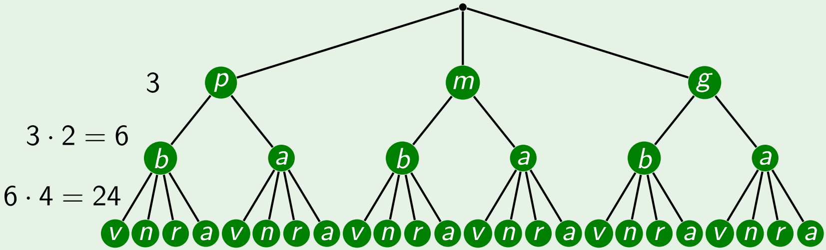
Schema delle scelte successive: Esempio

Esempio 14 (Bramanti)

Una casa automobilistica produce una linea di vetture con

- 3 cilindrate (piccola, media, grande);
- 2 versioni (base, accessoriata);
- 4 colori (verde, nero, rosso, azzurro).

Quanti tipi di vetture diverse compongono la linea?



In totale abbiamo $3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$ possibilità.

Principio del prodotto delle possibilità

Principio del prodotto delle possibilità

Supponiamo che ogni oggetto di un insieme A sia individuabile mediante una sequenza di k scelte successive, in modo tale che

- la prima scelta è tra r_1 possibilità;
- la seconda scelta è tra r_2 possibilità;
- ...
- la k-esima scelta è tra r_k possibilità.

Allora l'insieme A ha $r_1 \cdot r_2 \cdot \ldots \cdot r_k$ elementi.

Principio del prodotto delle possibilità

Principio del prodotto delle possibilità

Supponiamo che ogni oggetto di un insieme A sia individuabile mediante una sequenza di k scelte successive, in modo tale che

- la prima scelta è tra r_1 possibilità;
- la seconda scelta è tra r_2 possibilità;
- ...
- la k-esima scelta è tra r_k possibilità.

Allora l'insieme A ha $r_1 \cdot r_2 \cdot \ldots \cdot r_k$ elementi.

A è il **prodotto cartesiano** di k insiemi $A_1, A_2, \ldots, A_k$ ciascuno rispettivamente con cardinalità $r_1, r_2, \ldots, r_k$.

Principio del prodotto delle possibilità

Principio del prodotto delle possibilità

Supponiamo che ogni oggetto di un insieme A sia individuabile mediante una sequenza di k scelte successive, in modo tale che

- la prima scelta è tra r_1 possibilità;
- la seconda scelta è tra r_2 possibilità;
- ...
- la k-esima scelta è tra r_k possibilità.

Allora l'insieme A ha $r_1 \cdot r_2 \cdot ... \cdot r_k$ elementi.

A è il **prodotto cartesiano** di k insiemi $A_1, A_2, ..., A_k$ ciascuno rispettivamente con cardinalità $r_1, r_2, ..., r_k$.

$$A = \{(a_1, a_2, ..., a_k) | a_i \in A_i, i = 1, ..., k\} = A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_k$$

Principio del prodotto delle possibilità

Principio del prodotto delle possibilità

Supponiamo che ogni oggetto di un insieme A sia individuabile mediante una sequenza di k scelte successive, in modo tale che

- la prima scelta è tra r_1 possibilità;
- la seconda scelta è tra r_2 possibilità;
- ...
- la k-esima scelta è tra r_k possibilità.

Allora l'insieme A ha $r_1 \cdot r_2 \cdot ... \cdot r_k$ elementi.

A è il **prodotto cartesiano** di k insiemi $A_1, A_2, ..., A_k$ ciascuno rispettivamente con cardinalità $r_1, r_2, ..., r_k$.

$$A = \{(a_1, a_2, ..., a_k) | a_i \in A_i, i = 1, ..., k\} = A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_k$$

Pertanto $|A| = |A_1| \cdot |A_2| \cdot \ldots \cdot |A_k|$

Principio del prodotto delle possibilità

Principio del prodotto delle possibilità

Supponiamo che ogni oggetto di un insieme A sia individuabile mediante una sequenza di k scelte successive, in modo tale che

- la prima scelta è tra r_1 possibilità;
- la seconda scelta è tra r_2 possibilità;
- ...
- la k-esima scelta è tra r_k possibilità.

Allora l'insieme A ha $r_1 \cdot r_2 \cdot ... \cdot r_k$ elementi.

A è il **prodotto cartesiano** di k insiemi $A_1, A_2, ..., A_k$ ciascuno rispettivamente con cardinalità $r_1, r_2, ..., r_k$.

$$A = \{(a_1, a_2, ..., a_k) | a_i \in A_i, i = 1, ..., k\} = A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_k$$

Pertanto $|A| = |A_1| \cdot |A_2| \cdot \ldots \cdot |A_k| = r_1 \cdot r_2 \cdot ... \cdot r_k$.

Esercizio

Esercizio 1.1 (Baldi)

In un telefono difettoso non è possibile utilizzare il tasto 0. Considerando dei numeri telefonici di otto cifre (di cui la prima è diversa da 0), si calcoli la probabilità che un numero possa effettivamente essere chiamato.

Esercizio

Esercizio 1.1 (Baldi)

In un telefono difettoso non è possibile utilizzare il tasto 0. Considerando dei numeri telefonici di otto cifre (di cui la prima è diversa da 0), si calcoli la probabilità che un numero possa effettivamente essere chiamato.

Esercizio

Esercizio 1.1 (Baldi)

In un telefono difettoso non è possibile utilizzare il tasto 0. Considerando dei numeri telefonici di otto cifre (di cui la prima è diversa da 0), si calcoli la probabilità che un numero possa effettivamente essere chiamato.

- L'insieme dei possibili esiti, Ω, è l'insieme dei numeri telefonici di otto cifre con la prima cifra diversa da 0:

Esercizio

Esercizio 1.1 (Baldi)

In un telefono difettoso non è possibile utilizzare il tasto 0. Considerando dei numeri telefonici di otto cifre (di cui la prima è diversa da 0), si calcoli la probabilità che un numero possa effettivamente essere chiamato.

- L'insieme dei possibili esiti, Ω, è l'insieme dei numeri telefonici di otto cifre con la prima cifra diversa da 0:

$$\Omega = \{(\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_8) | \omega_1 \in \{1, \ldots, 9\} \wedge \omega_i \in \{0, \ldots, 9\}, \forall i = 2 \ldots 8\}.$$

Esercizio

Esercizio 1.1 (Baldi)

In un telefono difettoso non è possibile utilizzare il tasto 0. Considerando dei numeri telefonici di otto cifre (di cui la prima è diversa da 0), si calcoli la probabilità che un numero possa effettivamente essere chiamato.

- L'insieme dei possibili esiti, Ω, è l'insieme dei numeri telefonici di otto cifre con la prima cifra diversa da 0:

$$\Omega = \{(\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_8) | \omega_1 \in \{1, \ldots, 9\} \wedge \omega_i \in \{0, \ldots, 9\}, \forall i = 2 \ldots 8\}.$$

- Ovvero: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \times \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}^7$.

Esercizio

Esercizio 1.1 (Baldi)

In un telefono difettoso non è possibile utilizzare il tasto 0. Considerando dei numeri telefonici di otto cifre (di cui la prima è diversa da 0), si calcoli la probabilità che un numero possa effettivamente essere chiamato.

- L'insieme dei possibili esiti, Ω, è l'insieme dei numeri telefonici di otto cifre con la prima cifra diversa da 0:

$$\Omega = \{(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_8) | \omega_1 \in \{1, \dots, 9\} \wedge \omega_i \in \{0, \dots, 9\}, \forall i = 2 \dots 8\}.$$

- Ovvero: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \times \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}^7$.
- Quindi: $|\Omega| = 9 \cdot 10^7$.

Esercizio

Esercizio 1.1 (Baldi)

In un telefono difettoso non è possibile utilizzare il tasto 0. Considerando dei numeri telefonici di otto cifre (di cui la prima è diversa da 0), si calcoli la probabilità che un numero possa effettivamente essere chiamato.

- L'insieme dei possibili esiti, Ω, è l'insieme dei numeri telefonici di otto cifre con la prima cifra diversa da 0:
$$\Omega = \{(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_8) | \omega_1 \in \{1, \dots, 9\} \wedge \omega_i \in \{0, \dots, 9\}, \forall i = 2 \dots 8\}.$$
- Ovvero: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \times \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}^7$.
- Quindi: $|\Omega| = 9 \cdot 10^7$.
- L'evento di cui dobbiamo calcolare la probabilità è
$$A = \text{“Chiamare un numero senza utilizzare lo zero”}$$

Esercizio

Esercizio 1.1 (Baldi)

In un telefono difettoso non è possibile utilizzare il tasto 0. Considerando dei numeri telefonici di otto cifre (di cui la prima è diversa da 0), si calcoli la probabilità che un numero possa effettivamente essere chiamato.

- L'insieme dei possibili esiti, Ω, è l'insieme dei numeri telefonici di otto cifre con la prima cifra diversa da 0:

$$\Omega = \{(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_8) | \omega_1 \in \{1, \dots, 9\} \wedge \omega_i \in \{0, \dots, 9\}, \forall i = 2 \dots 8\}.$$

- Ovvero: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \times \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}^7$.
- Quindi: $|\Omega| = 9 \cdot 10^7$.
- L'evento di cui dobbiamo calcolare la probabilità è

$$A = \text{“Chiamare un numero senza utilizzare lo zero”}$$

- $A = \{(\omega_1, \dots, \omega_8) \in \Omega | \omega_i \neq 0, \forall i = 1...8\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}^8$.

Esercizio

Esercizio 1.1 (Baldi)

In un telefono difettoso non è possibile utilizzare il tasto 0. Considerando dei numeri telefonici di otto cifre (di cui la prima è diversa da 0), si calcoli la probabilità che un numero possa effettivamente essere chiamato.

- L'insieme dei possibili esiti, Ω, è l'insieme dei numeri telefonici di otto cifre con la prima cifra diversa da 0:
$$\Omega = \{(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_8) | \omega_1 \in \{1, \dots, 9\} \wedge \omega_i \in \{0, \dots, 9\}, \forall i = 2 \dots 8\}.$$
- Ovvero: $\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \times \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}^7$.
- Quindi: $|\Omega| = 9 \cdot 10^7$.
- L'evento di cui dobbiamo calcolare la probabilità è
$$A = \text{“Chiamare un numero senza utilizzare lo zero”}$$
- $A = \{(\omega_1, \dots, \omega_8) \in \Omega | \omega_i \neq 0, \forall i = 1...8\} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}^8$.
- Quindi: $|A| = 9^8$.

Esercizio

Esercizio 1.1 (Baldi)

In un telefono difettoso non è possibile utilizzare il tasto 0. Considerando dei numeri telefonici di otto cifre (di cui la prima è diversa da 0), si calcoli la probabilità che un numero possa effettivamente essere chiamato.

- L'insieme dei possibili esiti, Ω, è l'insieme dei numeri telefonici di otto cifre con la prima cifra diversa da 0:
$$\Omega = \{(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_8) | \omega_1 \in \{1, \dots, 9\} \wedge \omega_i \in \{0, \dots, 9\}, \forall i = 2 \dots 8\}.$$
- Ovvero: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \times \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}^7$.
- Quindi: $|\Omega| = 9 \cdot 10^7$.
- L'evento di cui dobbiamo calcolare la probabilità è
$$A = \text{“Chiamare un numero senza utilizzare lo zero”}$$
- $A = \{(\omega_1, \dots, \omega_8) \in \Omega | \omega_i \neq 0, \forall i = 1...8\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}^8$.
- Quindi: $|A| = 9^8$.
- Infine: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$

Esercizio

Esercizio 1.1 (Baldi)

In un telefono difettoso non è possibile utilizzare il tasto 0. Considerando dei numeri telefonici di otto cifre (di cui la prima è diversa da 0), si calcoli la probabilità che un numero possa effettivamente essere chiamato.

- L'insieme dei possibili esiti, Ω, è l'insieme dei numeri telefonici di otto cifre con la prima cifra diversa da 0:
$$\Omega = \{(\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_8) | \omega_1 \in \{1, \ldots, 9\} \wedge \omega_i \in \{0, \ldots, 9\}, \forall i = 2 \ldots 8\}.$$
- Ovvero: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \times \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}^7$.
- Quindi: $|\Omega| = 9 \cdot 10^7$.
- L'evento di cui dobbiamo calcolare la probabilità è
$$A = \text{“Chiamare un numero senza utilizzare lo zero”}$$
- $A = \{(\omega_1, \ldots, \omega_8) \in \Omega | \omega_i \neq 0, \forall i = 1...8\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}^8$.
- Quindi: $|A| = 9^8$.
- Infine: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{9^8}{9 \cdot 10^7}$

Esercizio

Esercizio 1.1 (Baldi)

In un telefono difettoso non è possibile utilizzare il tasto 0. Considerando dei numeri telefonici di otto cifre (di cui la prima è diversa da 0), si calcoli la probabilità che un numero possa effettivamente essere chiamato.

- L'insieme dei possibili esiti, Ω, è l'insieme dei numeri telefonici di otto cifre con la prima cifra diversa da 0:
$$\Omega = \{(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_8) | \omega_1 \in \{1, \dots, 9\} \land \omega_i \in \{0, \dots, 9\}, \forall i = 2 \dots 8\}.$$
- Ovvero: $\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \times \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}^7$.
- Quindi: $|\Omega| = 9 \cdot 10^7$.
- L'evento di cui dobbiamo calcolare la probabilità è
$$A = \text{“Chiamare un numero senza utilizzare lo zero”}$$
- $A = \{(\omega_1, \dots, \omega_8) \in \Omega | \omega_i \neq 0, \forall i = 1...8\} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}^8$.
- Quindi: $|A| = 9^8$.
- Infine: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{9^8}{9 \cdot 10^7} = \frac{9^7}{10^7}$

Esercizio

Esercizio 1.1 (Baldi)

In un telefono difettoso non è possibile utilizzare il tasto 0. Considerando dei numeri telefonici di otto cifre (di cui la prima è diversa da 0), si calcoli la probabilità che un numero possa effettivamente essere chiamato.

- L'insieme dei possibili esiti, Ω, è l'insieme dei numeri telefonici di otto cifre con la prima cifra diversa da 0:
$$\Omega = \{(\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_8) | \omega_1 \in \{1, \ldots, 9\} \wedge \omega_i \in \{0, \ldots, 9\}, \forall i = 2 \ldots 8\}.$$
- Ovvero: $\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \times \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}^7$.
- Quindi: $|\Omega| = 9 \cdot 10^7$.
- L'evento di cui dobbiamo calcolare la probabilità è
$$A = \text{“Chiamare un numero senza utilizzare lo zero”}$$
- $A = \{(\omega_1, \ldots, \omega_8) \in \Omega | \omega_i \neq 0, \forall i = 1...8\} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}^8$.
- Quindi: $|A| = 9^8$.
- Infine: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{9^8}{9 \cdot 10^7} = \frac{9^7}{10^7} = 0.9^7$

Esercizio

Esercizio 1.1 (Baldi)

In un telefono difettoso non è possibile utilizzare il tasto 0. Considerando dei numeri telefonici di otto cifre (di cui la prima è diversa da 0), si calcoli la probabilità che un numero possa effettivamente essere chiamato.

- L'insieme dei possibili esiti, Ω, è l'insieme dei numeri telefonici di otto cifre con la prima cifra diversa da 0:
$$\Omega = \{(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_8) | \omega_1 \in \{1, \dots, 9\} \land \omega_i \in \{0, \dots, 9\}, \forall i = 2 \dots 8\}.$$
- Ovvero: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \times \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}^7$.
- Quindi: $|\Omega| = 9 \cdot 10^7$.
- L'evento di cui dobbiamo calcolare la probabilità è
$$A = \text{“Chiamare un numero senza utilizzare lo zero”}$$
- $A = \{(\omega_1, \dots, \omega_8) \in \Omega | \omega_i \neq 0, \forall i = 1...8\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}^8$.
- Quindi: $|A| = 9^8$.
- Infine: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{9^8}{9 \cdot 10^7} = \frac{9^7}{10^7} = 0.9^7 \simeq 0.478$.

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline estratte siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\}$$

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\}, \ \Omega = S^2$$

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\}, \ \Omega = S^2 \text{ e } |\Omega| = 49.$$

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\}$, $\Omega = S^2$ e $|\Omega| = 49$.

Chiamiamo $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\},\ \Omega = S^2 \text{ e } |\Omega| = 49.$$

Chiamiamo $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ e $N = \{n_1, n_2, n_3\}$.

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\},\ \Omega = S^2 \text{ e } |\Omega| = 49.$$

Chiamiamo $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ e $N = \{n_1, n_2, n_3\}$.

(a) **Evento** $A =$"Le due palline hanno lo stesso colore".

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\},\ \Omega = S^2 \text{ e } |\Omega| = 49.$$

Chiamiamo $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ e $N = \{n_1, n_2, n_3\}$.

(a) **Evento** $A =$"Le due palline hanno lo stesso colore".

Insieme $A = \{(x, y) \in \Omega | x, y \in B \vee x, y \in N\}$

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\},\ \Omega = S^2 \text{ e } |\Omega| = 49.$$

Chiamiamo $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ e $N = \{n_1, n_2, n_3\}$.

(a) **Evento** $A =$"Le due palline hanno lo stesso colore".

Insieme $A = \{(x, y) \in \Omega | x, y \in B \vee x, y \in N\} = B^2 \cup N^2$

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\},\ \Omega = S^2 \text{ e } |\Omega| = 49.$$

Chiamiamo $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ e $N = \{n_1, n_2, n_3\}$.

(a) **Evento** $A =$"Le due palline hanno lo stesso colore".

Insieme $A = \{(x, y) \in \Omega | x, y \in B \vee x, y \in N\} = B^2 \cup N^2$

Allora: $|A|$

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\},\ \Omega = S^2 \text{ e } |\Omega| = 49.$$

Chiamiamo $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ e $N = \{n_1, n_2, n_3\}$.

(a) **Evento** $A =$"Le due palline hanno lo stesso colore".

Insieme $A = \{(x, y) \in \Omega | x, y \in B \vee x, y \in N\} = B^2 \cup N^2$

Allora: $|A| = 4^2 + 3^2$

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\},\ \Omega = S^2 \text{ e } |\Omega| = 49.$$

Chiamiamo $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ e $N = \{n_1, n_2, n_3\}$.

(a) **Evento** $A =$"Le due palline hanno lo stesso colore".

Insieme $A = \{(x, y) \in \Omega | x, y \in B \vee x, y \in N\} = B^2 \cup N^2$

Allora: $|A| = 4^2 + 3^2 = 25$

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\},\ \Omega = S^2 \text{ e } |\Omega| = 49.$$

Chiamiamo $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ e $N = \{n_1, n_2, n_3\}$.

(a) **Evento** $A =$"Le due palline hanno lo stesso colore".

Insieme $A = \{(x, y) \in \Omega | x, y \in B \vee x, y \in N\} = B^2 \cup N^2$

Allora: $|A| = 4^2 + 3^2 = 25$ e $P(A)$

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\},\ \Omega = S^2 \text{ e } |\Omega| = 49.$$

Chiamiamo $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ e $N = \{n_1, n_2, n_3\}$.

(a) **Evento** $A =$"Le due palline hanno lo stesso colore".

Insieme $A = \{(x, y) \in \Omega | x, y \in B \vee x, y \in N\} = B^2 \cup N^2$

Allora: $|A| = 4^2 + 3^2 = 25$ e $P(A) = \frac{25}{49}$.

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\},\ \Omega = S^2 \text{ e } |\Omega| = 49.$$

Chiamiamo $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ e $N = \{n_1, n_2, n_3\}$.

(a) **Evento** $A =$"Le due palline hanno lo stesso colore".
Insieme $A = \{(x, y) \in \Omega | x, y \in B \vee x, y \in N\} = B^2 \cup N^2$
Allora: $|A| = 4^2 + 3^2 = 25$ e $P(A) = \frac{25}{49}$.

(b) $C =$"Almeno una delle due palline è nera".

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\},\ \Omega = S^2 \text{ e } |\Omega| = 49.$$

Chiamiamo $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ e $N = \{n_1, n_2, n_3\}$.

(a) **Evento** $A =$"Le due palline hanno lo stesso colore".
Insieme $A = \{(x, y) \in \Omega | x, y \in B \vee x, y \in N\} = B^2 \cup N^2$
Allora: $|A| = 4^2 + 3^2 = 25$ e $P(A) = \frac{25}{49}$.

(b) $C =$"Almeno una delle due palline è nera".
$\bar{C}$

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\},\ \Omega = S^2 \text{ e } |\Omega| = 49.$$

Chiamiamo $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ e $N = \{n_1, n_2, n_3\}$.

(a) **Evento** $A =$"Le due palline hanno lo stesso colore".
Insieme $A = \{(x, y) \in \Omega | x, y \in B \vee x, y \in N\} = B^2 \cup N^2$
Allora: $|A| = 4^2 + 3^2 = 25$ e $P(A) = \frac{25}{49}$.

(b) $C =$"Almeno una delle due palline è nera".
$\bar{C} =$"Entrambe le palline sono bianche".

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\},\ \Omega = S^2 \text{ e } |\Omega| = 49.$$

Chiamiamo $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ e $N = \{n_1, n_2, n_3\}$.

(a) **Evento** $A =$"Le due palline hanno lo stesso colore".
Insieme $A = \{(x, y) \in \Omega | x, y \in B \vee x, y \in N\} = B^2 \cup N^2$
Allora: $|A| = 4^2 + 3^2 = 25$ e $P(A) = \frac{25}{49}$.

(b) $C =$"Almeno una delle due palline è nera".
$\bar{C} =$"Entrambe le palline sono bianche". $\bar{C} =$

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\},\ \Omega = S^2 \text{ e } |\Omega| = 49.$$

Chiamiamo $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ e $N = \{n_1, n_2, n_3\}$.

(a) **Evento** $A =$"Le due palline hanno lo stesso colore".
Insieme $A = \{(x, y) \in \Omega | x, y \in B \vee x, y \in N\} = B^2 \cup N^2$
Allora: $|A| = 4^2 + 3^2 = 25$ e $P(A) = \frac{25}{49}$.

(b) $C =$"Almeno una delle due palline è nera".
$\bar{C} =$"Entrambe le palline sono bianche". $\bar{C} = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}^2$.

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\},\ \Omega = S^2 \text{ e } |\Omega| = 49.$$

Chiamiamo $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ e $N = \{n_1, n_2, n_3\}$.

(a) **Evento** $A =$"Le due palline hanno lo stesso colore".
Insieme $A = \{(x, y) \in \Omega | x, y \in B \vee x, y \in N\} = B^2 \cup N^2$
Allora: $|A| = 4^2 + 3^2 = 25$ e $P(A) = \frac{25}{49}$.

(b) $C =$"Almeno una delle due palline è nera".
$\bar{C} =$"Entrambe le palline sono bianche". $\bar{C} = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}^2$.
Quindi: $|\bar{C}| =$

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\},\ \Omega = S^2 \text{ e } |\Omega| = 49.$$

Chiamiamo $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ e $N = \{n_1, n_2, n_3\}$.

(a) **Evento** $A =$"Le due palline hanno lo stesso colore".
Insieme $A = \{(x, y) \in \Omega | x, y \in B \vee x, y \in N\} = B^2 \cup N^2$
Allora: $|A| = 4^2 + 3^2 = 25$ e $P(A) = \frac{25}{49}$.

(b) $C =$"Almeno una delle due palline è nera".
$\bar{C} =$"Entrambe le palline sono bianche". $\bar{C} = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}^2$.
Quindi: $|\bar{C}| = 16$.

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\},\ \Omega = S^2 \text{ e } |\Omega| = 49.$$

Chiamiamo $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ e $N = \{n_1, n_2, n_3\}$.

(a) **Evento** $A =$"Le due palline hanno lo stesso colore".
Insieme $A = \{(x, y) \in \Omega | x, y \in B \vee x, y \in N\} = B^2 \cup N^2$
Allora: $|A| = 4^2 + 3^2 = 25$ e $P(A) = \frac{25}{49}$.

(b) $C =$"Almeno una delle due palline è nera".
$\bar{C} =$"Entrambe le palline sono bianche". $\bar{C} = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}^2$.
Quindi: $|\bar{C}| = 16$. Allora: $P(C)$

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\},\ \Omega = S^2 \text{ e } |\Omega| = 49.$$

Chiamiamo $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ e $N = \{n_1, n_2, n_3\}$.

(a) **Evento** $A =$"Le due palline hanno lo stesso colore".
Insieme $A = \{(x, y) \in \Omega | x, y \in B \vee x, y \in N\} = B^2 \cup N^2$
Allora: $|A| = 4^2 + 3^2 = 25$ e $P(A) = \frac{25}{49}$.

(b) $C =$"Almeno una delle due palline è nera".
$\bar{C} =$"Entrambe le palline sono bianche". $\bar{C} = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}^2$.
Quindi: $|\bar{C}| = 16$. Allora: $P(C) = 1 - P(\bar{C})$

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\},\ \Omega = S^2 \text{ e } |\Omega| = 49.$$

Chiamiamo $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ e $N = \{n_1, n_2, n_3\}$.

(a) **Evento** $A =$"Le due palline hanno lo stesso colore".
Insieme $A = \{(x, y) \in \Omega | x, y \in B \vee x, y \in N\} = B^2 \cup N^2$
Allora: $|A| = 4^2 + 3^2 = 25$ e $P(A) = \frac{25}{49}$.

(b) $C =$"Almeno una delle due palline è nera".
$\bar{C} =$"Entrambe le palline sono bianche". $\bar{C} = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}^2$.
Quindi: $|\bar{C}| = 16$. Allora: $P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - \frac{16}{49}$

Esercizio

Esercizio 1.3 (Baldi)

Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).

(a) Calcolare la probabilità che le due palline siano del medesimo colore.

(b) Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.

Come è fatto lo **spazio campionario**?

$$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4, n_1, n_2, n_3\},\ \Omega = S^2 \text{ e } |\Omega| = 49.$$

Chiamiamo $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ e $N = \{n_1, n_2, n_3\}$.

(a) **Evento** $A =$"Le due palline hanno lo stesso colore".
Insieme $A = \{(x, y) \in \Omega | x, y \in B \vee x, y \in N\} = B^2 \cup N^2$
Allora: $|A| = 4^2 + 3^2 = 25$ e $P(A) = \frac{25}{49}$.

(b) $C =$"Almeno una delle due palline è nera".
$\bar{C} =$"Entrambe le palline sono bianche". $\bar{C} = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}^2$.
Quindi: $|\bar{C}| = 16$. Allora: $P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - \frac{16}{49} = \frac{33}{49}$.

Permutazioni

Esempio

Quanti sono gli anagrammi della parola "MARE"?

Permutazioni

Esempio

Quanti sono gli anagrammi della parola "MARE"?

- Ogni anagramma è una sequenza di 4 lettere fra quelle di "MARE".

Permutazioni

Esempio

Quanti sono gli anagrammi della parola "MARE"?

- Ogni anagramma è una sequenza di 4 lettere fra quelle di "MARE".
- Possiamo provare ad elencarle tutte:

Permutazioni

Esempio

Quanti sono gli anagrammi della parola "MARE"?

- Ogni anagramma è una sequenza di 4 lettere fra quelle di "MARE".
- Possiamo provare ad elencarle tutte:

MARE

Permutazioni

Esempio

Quanti sono gli anagrammi della parola “MARE”?

- Ogni anagramma è una sequenza di 4 lettere fra quelle di “MARE”.
- Possiamo provare ad elencarle tutte:

MARE MAER

Permutazioni

Esempio

Quanti sono gli anagrammi della parola “MARE”?

- Ogni anagramma è una sequenza di 4 lettere fra quelle di “MARE”.
- Possiamo provare ad elencarle tutte:

MARE MAER MREA

Permutazioni

Esempio

Quanti sono gli anagrammi della parola “MARE”?

- Ogni anagramma è una sequenza di 4 lettere fra quelle di “MARE”.
- Possiamo provare ad elencarle tutte:

MARE MAER MREA MRAE

Permutazioni

Esempio

Quanti sono gli anagrammi della parola "MARE"?

- Ogni anagramma è una sequenza di 4 lettere fra quelle di "MARE".
- Possiamo provare ad elencarle tutte:

MARE MAER MREA MRAE MEAR

Permutazioni

Esempio

Quanti sono gli anagrammi della parola “MARE”?

- Ogni anagramma è una sequenza di 4 lettere fra quelle di “MARE”.
- Possiamo provare ad elencarle tutte:

MARE MAER MREA MRAE MEAR MERA

Permutazioni

Esempio

Quanti sono gli anagrammi della parola "MARE"?

- Ogni anagramma è una sequenza di 4 lettere fra quelle di "MARE".
- Possiamo provare ad elencarle tutte:

MARE	MAER	MREA	MRAE	MEAR	MERA
AMRE	AMER	AREM	ARME	AEMR	AERM
RAME	RAEM	RMEA	RMAE	REAM	REMA
EARM	EAMR	ERMA	ERAM	EMAR	EMRA

Permutazioni

Esempio

Quanti sono gli anagrammi della parola “MARE”?

- Ogni anagramma è una sequenza di 4 lettere fra quelle di “MARE”.
- Possiamo provare ad elencarle tutte:

MARE	MAER	MREA	MRAE	MEAR	MERA
AMRE	AMER	AREM	ARME	AEMR	AERM
RAME	RAEM	RMEA	RMAE	REAM	REMA
EARM	EAMR	ERMA	ERAM	EMAR	EMRA

- Oppure ragioniamo...

Permutazioni

Esempio

Quanti sono gli anagrammi della parola "MARE"?

- Ogni anagramma è una sequenza di 4 lettere fra quelle di "MARE".
- Possiamo provare ad elencarle tutte:

MARE	MAER	MREA	MRAE	MEAR	MERA
AMRE	AMER	AREM	ARME	AEMR	AERM
RAME	RAEM	RMEA	RMAE	REAM	REMA
EARM	EAMR	ERMA	ERAM	EMAR	EMRA

- Oppure ragioniamo...
  - La prima casella posso riempirla con **4 lettere**;

Permutazioni

Esempio

Quanti sono gli anagrammi della parola "MARE"?

- Ogni anagramma è una sequenza di 4 lettere fra quelle di "MARE".
- Possiamo provare ad elencarle tutte:

MARE	MAER	MREA	MRAE	MEAR	MERA
AMRE	AMER	AREM	ARME	AEMR	AERM
RAME	RAEM	RMEA	RMAE	REAM	REMA
EARM	EAMR	ERMA	ERAM	EMAR	EMRA

- Oppure ragioniamo...
  - La prima casella posso riempirla con **4 lettere**;
  - La seconda casella posso riempirla con **le restanti 3**;

Permutazioni

Esempio

Quanti sono gli anagrammi della parola “MARE”?

- Ogni anagramma è una sequenza di 4 lettere fra quelle di “MARE”.
- Possiamo provare ad elencarle tutte:

MARE	MAER	MREA	MRAE	MEAR	MERA
AMRE	AMER	AREM	ARME	AEMR	AERM
RAME	RAEM	RMEA	RMAE	REAM	REMA
EARM	EAMR	ERMA	ERAM	EMAR	EMRA

- Oppure ragioniamo...
  - La prima casella posso riempirla con **4 lettere**;
  - La seconda casella posso riempirla con **le restanti 3**;
  - La terza casella posso riempirla con **le restanti 2**;

Permutazioni

Esempio

Quanti sono gli anagrammi della parola "MARE"?

- Ogni anagramma è una sequenza di 4 lettere fra quelle di "MARE".
- Possiamo provare ad elencarle tutte:

MARE	MAER	MREA	MRAE	MEAR	MERA
AMRE	AMER	AREM	ARME	AEMR	AERM
RAME	RAEM	RMEA	RMAE	REAM	REMA
EARM	EAMR	ERMA	ERAM	EMAR	EMRA

- Oppure ragioniamo...
  - La prima casella posso riempirla con **4 lettere**;
  - La seconda casella posso riempirla con **le restanti 3**;
  - La terza casella posso riempirla con **le restanti 2**;
  - La quarta casella posso riempirla con **l'ultima lettera**.

Permutazioni

Esempio

Quanti sono gli anagrammi della parola "MARE"?

- Ogni anagramma è una sequenza di 4 lettere fra quelle di "MARE".
- Possiamo provare ad elencarle tutte:

MARE	MAER	MREA	MRAE	MEAR	MERA
AMRE	AMER	AREM	ARME	AEMR	AERM
RAME	RAEM	RMEA	RMAE	REAM	REMA
EARM	EAMR	ERMA	ERAM	EMAR	EMRA

- Oppure ragioniamo...
  - La prima casella posso riempirla con **4 lettere**;
  - La seconda casella posso riempirla con **le restanti 3**;
  - La terza casella posso riempirla con **le restanti 2**;
  - La quarta casella posso riempirla con **l'ultima lettera**.
- Per il principio del prodotto delle possibilità, il numero totale di anagrammi è $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$.

Permutazioni

Definizione (Permutazione)

Una **permutazione di** n **oggetti** è ogni allineamento di n oggetti (distinti) in n posti.

Permutazioni

Definizione (Permutazione)

Una **permutazione di n oggetti** è ogni allineamento di n oggetti (distinti) in n posti.

Proposizione

Il numero totale di permutazioni di n oggetti è

$$P_n = n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1.$$

Disposizioni

Esempio

Quanti sono i possibili primi 3 posti nel campionato di serie A?

Disposizioni

Esempio

Quanti sono i possibili primi 3 posti nel campionato di serie A?

- Nel campionato di serie A ci sono 20 squadre.

Disposizioni

Esempio

Quanti sono i possibili primi 3 posti nel campionato di serie A?

- Nel campionato di serie A ci sono 20 squadre.
  - Il primo posto può essere occupato da una delle 20 squadre;

Disposizioni

Esempio

Quanti sono i possibili primi 3 posti nel campionato di serie A?

- Nel campionato di serie A ci sono 20 squadre.
    - Il primo posto può essere occupato da una delle 20 squadre;
    - Il secondo posto può essere occupato da una delle restanti 19;

Disposizioni

Esempio

Quanti sono i possibili primi 3 posti nel campionato di serie A?

- Nel campionato di serie A ci sono 20 squadre.
  - Il primo posto può essere occupato da una delle 20 squadre;
  - Il secondo posto può essere occupato da una delle restanti 19;
  - Il terzo posto può essere occupato da una delle restanti 18.

Disposizioni

Esempio

Quanti sono i possibili primi 3 posti nel campionato di serie A?

- Nel campionato di serie A ci sono 20 squadre.
  - Il primo posto può essere occupato da una delle 20 squadre;
  - Il secondo posto può essere occupato da una delle restanti 19;
  - Il terzo posto può essere occupato da una delle restanti 18.
- Per il principio del prodotto delle possibilità, i possibili primi 3 posti sono $20 \cdot 19 \cdot 18 = 6840$.

Disposizioni

Definizione (Disposizione)

Una **disposizione di** n **oggetti in** k **posti** ($k \leq n$) è ogni allineamento di k oggetti scelti tra n oggetti (distinti) in k posti.

Disposizioni

Definizione (Disposizione)

Una **disposizione di** n **oggetti in** k **posti** ($k \leq n$) è ogni allineamento di k oggetti scelti tra n oggetti (distinti) in k posti.

Proposizione

Il numero totale di disposizioni di n oggetti in k posti è

$$D_{n,k} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1).$$

Disposizioni

Definizione (Disposizione)

Una **disposizione di** n **oggetti in** k **posti** ($k \leq n$) è ogni allineamento di k oggetti scelti tra n oggetti (distinti) in k posti.

Proposizione

Il numero totale di disposizioni di n oggetti in k posti è

$$D_{n,k} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1).$$

Osservazione: le permutazioni sono soltanto un caso particolare delle disposizioni.

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

  $6 + 2 + 1$

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

  $6+2+1 \quad 5+3+1$

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

  $6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2$

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

  $6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1$

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$$6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2$$

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$$6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$$

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$$6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$$

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

  $$6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$$

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

  $$6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$$

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

  $$6+3+1$$

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

  $$6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$$

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

  $$6+3+1 \quad 6+2+2$$

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

  $6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$
- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

  $6+3+1 \quad 6+2+2 \quad 5+4+1$

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

  $$6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$$

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

  $$6+3+1 \quad 6+2+2 \quad 5+4+1 \quad 5+3+2$$

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$$6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$$

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

$$6+3+1 \quad 6+2+2 \quad 5+4+1 \quad 5+3+2 \quad 4+4+2$$

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$$6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$$

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

$$6+3+1 \quad 6+2+2 \quad 5+4+1 \quad 5+3+2 \quad 4+4+2 \quad 4+3+3$$

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$$6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$$

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

$$6+3+1 \quad 6+2+2 \quad 5+4+1 \quad 5+3+2 \quad 4+4+2 \quad 4+3+3$$

- Le terne non escono tutte con la stessa frequenza:

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?
  $$6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$$
- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?
  $$6+3+1 \quad 6+2+2 \quad 5+4+1 \quad 5+3+2 \quad 4+4+2 \quad 4+3+3$$
- Le terne non escono tutte con la stessa frequenza:
  - $3+3+3$

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$$6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$$

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

$$6+3+1 \quad 6+2+2 \quad 5+4+1 \quad 5+3+2 \quad 4+4+2 \quad 4+3+3$$

- Le terne non escono tutte con la stessa frequenza:
  - $3+3+3$ in **un solo** modo.

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

  $6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

  $6+3+1 \quad 6+2+2 \quad 5+4+1 \quad 5+3+2 \quad 4+4+2 \quad 4+3+3$

- Le terne non escono tutte con la stessa frequenza:
  - $3+3+3$ in **un solo** modo.
  - $5+2+2$

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$$6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$$

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

$$6+3+1 \quad 6+2+2 \quad 5+4+1 \quad 5+3+2 \quad 4+4+2 \quad 4+3+3$$

- Le terne non escono tutte con la stessa frequenza:
  - $3+3+3$ in **un solo** modo.
  - $5+2+2$ in **3** modi: $(5,2,2)$, $(2,5,2)$, $(2,2,5)$.

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

  $$6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$$

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

  $$6+3+1 \quad 6+2+2 \quad 5+4+1 \quad 5+3+2 \quad 4+4+2 \quad 4+3+3$$

- Le terne non escono tutte con la stessa frequenza:
  - $3+3+3$ in **un solo** modo.
  - $5+2+2$ in **3** modi: $(5,2,2)$, $(2,5,2)$, $(2,2,5)$.
  - $6+2+1$

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

  $$6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$$

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

  $$6+3+1 \quad 6+2+2 \quad 5+4+1 \quad 5+3+2 \quad 4+4+2 \quad 4+3+3$$

- Le terne non escono tutte con la stessa frequenza:
  - $3+3+3$ in **un solo** modo.
  - $5+2+2$ in **3** modi: $(5,2,2)$, $(2,5,2)$, $(2,2,5)$.
  - $6+2+1$ in **6** modi: $(6,2,1)$, $(6,1,2)$, $(2,6,1)$, $(2,1,6)$, $(1,6,2)$, $(1,2,6)$.

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$$6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$$

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$$6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$$

6 modi

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$$6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$$

6 modi **6** modi

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$$6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$$

6 modi **6** modi **3** modi

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$$6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$$

6 modi **6** modi **3** modi **3** modi

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$$6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$$

6 modi **6** modi **3** modi **3** modi **6** modi

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$6+2+1$	$5+3+1$	$5+2+2$	$4+4+1$	$4+3+2$	$3+3+3$
6 modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi	**6** modi	**1** modi

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$6+2+1$	$5+3+1$	$5+2+2$	$4+4+1$	$4+3+2$	$3+3+3$
6 modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi	**6** modi	**1** modi

Totale: 25

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$6+2+1$	$5+3+1$	$5+2+2$	$4+4+1$	$4+3+2$	$3+3+3$
6 modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi	**6** modi	**1** modi

  Totale: 25

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

$$6+3+1 \quad 6+2+2 \quad 5+4+1 \quad 5+3+2 \quad 4+4+2 \quad 4+3+3$$

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$6+2+1$	$5+3+1$	$5+2+2$	$4+4+1$	$4+3+2$	$3+3+3$
6 modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi	**6** modi	**1** modi

  Totale: 25

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

$6+3+1$	$6+2+2$	$5+4+1$	$5+3+2$	$4+4+2$	$4+3+3$
6 modi					

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

  $6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$

  6 modi **6** modi **3** modi **3** modi **6** modi **1** modi

  Totale: 25

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

  $6+3+1 \quad 6+2+2 \quad 5+4+1 \quad 5+3+2 \quad 4+4+2 \quad 4+3+3$

  6 modi **3** modi

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$6+2+1$	$5+3+1$	$5+2+2$	$4+4+1$	$4+3+2$	$3+3+3$
6 modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi	**6** modi	**1** modi

  Totale: 25

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

$6+3+1$	$6+2+2$	$5+4+1$	$5+3+2$	$4+4+2$	$4+3+3$
6 modi	**3** modi	**6** modi			

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

  $6+2+1 \quad 5+3+1 \quad 5+2+2 \quad 4+4+1 \quad 4+3+2 \quad 3+3+3$

  6 modi **6** modi **3** modi **3** modi **6** modi **1** modi

  Totale: 25

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

  $6+3+1 \quad 6+2+2 \quad 5+4+1 \quad 5+3+2 \quad 4+4+2 \quad 4+3+3$

  6 modi **3** modi **6** modi **6** modi

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$6+2+1$	$5+3+1$	$5+2+2$	$4+4+1$	$4+3+2$	$3+3+3$
6 modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi	**6** modi	**1** modi

Totale: 25

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

$6+3+1$	$6+2+2$	$5+4+1$	$5+3+2$	$4+4+2$	$4+3+3$
6 modi	**3** modi	**6** modi	**6** modi	**3** modi	

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$6+2+1$	$5+3+1$	$5+2+2$	$4+4+1$	$4+3+2$	$3+3+3$
6 modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi	**6** modi	**1** modi

  Totale: 25

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

$6+3+1$	$6+2+2$	$5+4+1$	$5+3+2$	$4+4+2$	$4+3+3$
6 modi	**3** modi	**6** modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$6+2+1$	$5+3+1$	$5+2+2$	$4+4+1$	$4+3+2$	$3+3+3$
6 modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi	**6** modi	**1** modi

  Totale: 25

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

$6+3+1$	$6+2+2$	$5+4+1$	$5+3+2$	$4+4+2$	$4+3+3$
6 modi	**3** modi	**6** modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi

  Totale: 27

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$6+2+1$	$5+3+1$	$5+2+2$	$4+4+1$	$4+3+2$	$3+3+3$
6 modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi	**6** modi	**1** modi

  Totale: 25

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

$6+3+1$	$6+2+2$	$5+4+1$	$5+3+2$	$4+4+2$	$4+3+3$
6 modi	**3** modi	**6** modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi

  Totale: 27

$|\text{"Ottenere 9"}| = 25$; $|\text{"Ottenere 10"}| = 27$;

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$6+2+1$	$5+3+1$	$5+2+2$	$4+4+1$	$4+3+2$	$3+3+3$
6 modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi	**6** modi	**1** modi

  Totale: 25

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

$6+3+1$	$6+2+2$	$5+4+1$	$5+3+2$	$4+4+2$	$4+3+3$
6 modi	**3** modi	**6** modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi

  Totale: 27

$|$"Ottenere 9"$| = 25$; $|$"Ottenere 10"$| = 27$; Casi possibili $=$

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$6+2+1$	$5+3+1$	$5+2+2$	$4+4+1$	$4+3+2$	$3+3+3$
6 modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi	**6** modi	**1** modi

  Totale: 25

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

$6+3+1$	$6+2+2$	$5+4+1$	$5+3+2$	$4+4+2$	$4+3+3$
6 modi	**3** modi	**6** modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi

  Totale: 27

$|\text{“Ottenere 9”}| = 25$; $|\text{“Ottenere 10”}| = 27$; Casi possibili $= 6^3 = 216$.

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$6+2+1$	$5+3+1$	$5+2+2$	$4+4+1$	$4+3+2$	$3+3+3$
6 modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi	**6** modi	**1** modi

  Totale: 25

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

$6+3+1$	$6+2+2$	$5+4+1$	$5+3+2$	$4+4+2$	$4+3+3$
6 modi	**3** modi	**6** modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi

  Totale: 27

$|\text{"Ottenere 9"}| = 25$; $|\text{"Ottenere 10"}| = 27$; Casi possibili $= 6^3 = 216$.

$P(\text{"Ottenere 9"})$

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$6+2+1$	$5+3+1$	$5+2+2$	$4+4+1$	$4+3+2$	$3+3+3$
6 modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi	**6** modi	**1** modi

  Totale: 25

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

$6+3+1$	$6+2+2$	$5+4+1$	$5+3+2$	$4+4+2$	$4+3+3$
6 modi	**3** modi	**6** modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi

  Totale: 27

$|$"Ottenere 9"$| = 25$; $|$"Ottenere 10"$| = 27$; Casi possibili $= 6^3 = 216$.

$P($"Ottenere 9"$) = \frac{25}{216}$

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$6+2+1$	$5+3+1$	$5+2+2$	$4+4+1$	$4+3+2$	$3+3+3$
6 modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi	**6** modi	**1** modi

  Totale: 25

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

$6+3+1$	$6+2+2$	$5+4+1$	$5+3+2$	$4+4+2$	$4+3+3$
6 modi	**3** modi	**6** modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi

  Totale: 27

$|$"Ottenere 9"$| = 25$; $|$"Ottenere 10"$| = 27$; Casi possibili $= 6^3 = 216$.

$P($"Ottenere 9"$) = \frac{25}{216} = 0.1157$;

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$6+2+1$	$5+3+1$	$5+2+2$	$4+4+1$	$4+3+2$	$3+3+3$
6 modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi	**6** modi	**1** modi

  Totale: 25

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

$6+3+1$	$6+2+2$	$5+4+1$	$5+3+2$	$4+4+2$	$4+3+3$
6 modi	**3** modi	**6** modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi

  Totale: 27

$|\text{“Ottenere 9”}| = 25$; $|\text{“Ottenere 10”}| = 27$; Casi possibili $= 6^3 = 216$.

$P(\text{“Ottenere 9”}) = \frac{25}{216} = 0.1157$; $P(\text{“Ottenere 10”})$

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$6+2+1$	$5+3+1$	$5+2+2$	$4+4+1$	$4+3+2$	$3+3+3$
6 modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi	**6** modi	**1** modi

Totale: 25

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

$6+3+1$	$6+2+2$	$5+4+1$	$5+3+2$	$4+4+2$	$4+3+3$
6 modi	**3** modi	**6** modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi

Totale: 27

$|\text{“Ottenere 9”}| = 25$; $|\text{“Ottenere 10”}| = 27$; Casi possibili $= 6^3 = 216$.

$P(\text{“Ottenere 9”}) = \frac{25}{216} = 0.1157$; $P(\text{“Ottenere 10”}) = \frac{27}{216}$

Esempio (La distribuzione dei punti di tre dadi)

Esempio (Galilei, attorno al 1630)

Lanciando tre dadi, si vede che il numero 9 e il numero 10 si possono ottenere entrambi in 6 modi diversi; eppure si osserva che il 10 esce con maggior frequenza del 9. Come mai?

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 9?

$6+2+1$	$5+3+1$	$5+2+2$	$4+4+1$	$4+3+2$	$3+3+3$
6 modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi	**6** modi	**1** modi

  Totale: 25

- Quali sono i 6 modi in cui si presenta il 10?

$6+3+1$	$6+2+2$	$5+4+1$	$5+3+2$	$4+4+2$	$4+3+3$
6 modi	**3** modi	**6** modi	**6** modi	**3** modi	**3** modi

  Totale: 27

$|\text{“Ottenere 9”}| = 25$; $|\text{“Ottenere 10”}| = 27$; Casi possibili $= 6^3 = 216$.

$P(\text{“Ottenere 9”}) = \frac{25}{216} = 0.1157$; $P(\text{“Ottenere 10”}) = \frac{27}{216} = 0.125$.

Esempio (Problema dei compleanni)

Esempio (Problema dei compleanni)

Se n studenti si ritrovano a caso in un'aula, qual è la probabilità che almeno due di essi compiano gli anni lo stesso giorno?

Esempio (Problema dei compleanni)

Esempio (Problema dei compleanni)

Se n studenti si ritrovano a caso in un'aula, qual è la probabilità che almeno due di essi compiano gli anni lo stesso giorno?

Supponiamo che n sia pari a 23

Esempio (Problema dei compleanni)

Esempio (Problema dei compleanni)

Se n studenti si ritrovano a caso in un'aula, qual è la probabilità che almeno due di essi compiano gli anni lo stesso giorno?

Supponiamo che n sia pari a 23

- $A =$ "Almeno due persone festeggiano il compleanno lo stesso giorno"

Esempio (Problema dei compleanni)

Esempio (Problema dei compleanni)

Se n studenti si ritrovano a caso in un'aula, qual è la probabilità che almeno due di essi compiano gli anni lo stesso giorno?

Supponiamo che n sia pari a 23

- $A =$ "Almeno due persone festeggiano il compleanno lo stesso giorno"
- Consideriamo il **complementare**:

Esempio (Problema dei compleanni)

Esempio (Problema dei compleanni)

Se n studenti si ritrovano a caso in un'aula, qual è la probabilità che almeno due di essi compiano gli anni lo stesso giorno?

Supponiamo che n sia pari a 23

- $A =$ "Almeno due persone festeggiano il compleanno lo stesso giorno"
- Consideriamo il **complementare**:
  $\bar{A} =$ "Tutte le persone compiono gli anni in giorni diversi".

Esempio (Problema dei compleanni)

Esempio (Problema dei compleanni)

Se n studenti si ritrovano a caso in un'aula, qual è la probabilità che almeno due di essi compiano gli anni lo stesso giorno?

Supponiamo che n sia pari a 23

- $A =$ "Almeno due persone festeggiano il compleanno lo stesso giorno"
- Consideriamo il **complementare**:
  $\bar{A} =$ "Tutte le persone compiono gli anni in giorni diversi".
- **Casi possibili**: $|\Omega| = 365^{23}$

Esempio (Problema dei compleanni)

Esempio (Problema dei compleanni)

Se n studenti si ritrovano a caso in un'aula, qual è la probabilità che almeno due di essi compiano gli anni lo stesso giorno?

Supponiamo che n sia pari a 23

- $A =$ "Almeno due persone festeggiano il compleanno lo stesso giorno"
- Consideriamo il **complementare**:
  $\bar{A} =$ "Tutte le persone compiono gli anni in giorni diversi".
- **Casi possibili**: $|\Omega| = 365^{23}$
- Domanda: Cosa succede se consideriamo anche gli anni bisestili?

Esempio (Problema dei compleanni)

Esempio (Problema dei compleanni)

Se n studenti si ritrovano a caso in un'aula, qual è la probabilità che almeno due di essi compiano gli anni lo stesso giorno?

Supponiamo che n sia pari a 23

- $A =$ "Almeno due persone festeggiano il compleanno lo stesso giorno"
- Consideriamo il **complementare**:
  $\bar{A} =$ "Tutte le persone compiono gli anni in giorni diversi".
- **Casi possibili**: $|\Omega| = 365^{23}$
- Domanda: Cosa succede se consideriamo anche gli anni bisestili?
- **Casi favorevoli**: $|\bar{A}| = ?$

Esempio (Problema dei compleanni)

Esempio (Problema dei compleanni)

Se n studenti si ritrovano a caso in un'aula, qual è la probabilità che almeno due di essi compiano gli anni lo stesso giorno?

Supponiamo che n sia pari a 23

- $A =$ "Almeno due persone festeggiano il compleanno lo stesso giorno"
- Consideriamo il **complementare**:
  $\bar{A} =$ "Tutte le persone compiono gli anni in giorni diversi".
- **Casi possibili**: $|\Omega| = 365^{23}$
- Domanda: Cosa succede se consideriamo anche gli anni bisestili?
- **Casi favorevoli**: $|\bar{A}| = ?$
- Dobbiamo contare tutti i possibili allineamenti di 23 giorni distinti dell'anno scelti tra 365 giorni.

Esempio (Problema dei compleanni)

Esempio (Problema dei compleanni)

Se n studenti si ritrovano a caso in un'aula, qual è la probabilità che almeno due di essi compiano gli anni lo stesso giorno?

Supponiamo che n sia pari a 23

- $A =$ "Almeno due persone festeggiano il compleanno lo stesso giorno"
- Consideriamo il **complementare**:
  $\bar{A} =$ "Tutte le persone compiono gli anni in giorni diversi".
- **Casi possibili**: $|\Omega| = 365^{23}$
- Domanda: Cosa succede se consideriamo anche gli anni bisestili?
- **Casi favorevoli**: $|\bar{A}| =$?
- Dobbiamo contare tutti i possibili allineamenti di 23 giorni distinti dell'anno scelti tra 365 giorni.
- Sono le **disposizioni**: $D_{365,23}$.

Esempio (Problema dei compleanni)

Esempio (Problema dei compleanni)

Se n studenti si ritrovano a caso in un'aula, qual è la probabilità che almeno due di essi compiano gli anni lo stesso giorno?

Supponiamo che n sia pari a 23

- $A =$ "Almeno due persone festeggiano il compleanno lo stesso giorno"
- Consideriamo il **complementare**:
  $\bar{A} =$ "Tutte le persone compiono gli anni in giorni diversi".
- **Casi possibili**: $|\Omega| = 365^{23}$
- Domanda: Cosa succede se consideriamo anche gli anni bisestili?
- **Casi favorevoli**: $|\bar{A}| = ?$
- Dobbiamo contare tutti i possibili allineamenti di 23 giorni distinti dell'anno scelti tra 365 giorni.
- Sono le **disposizioni**: $D_{365,23}$. Ovvero: $365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot \ldots \cdot 345 \cdot 344 \cdot 343$.

Esempio (Problema dei compleanni)

Esempio (Problema dei compleanni)

Se n studenti si ritrovano a caso in un'aula, qual è la probabilità che almeno due di essi compiano gli anni lo stesso giorno?

Supponiamo che n sia pari a 23

- $A =$ "Almeno due persone festeggiano il compleanno lo stesso giorno"
- Consideriamo il **complementare**:
  $\bar{A} =$ "Tutte le persone compiono gli anni in giorni diversi".
- **Casi possibili**: $|\Omega| = 365^{23}$
- Domanda: Cosa succede se consideriamo anche gli anni bisestili?
- **Casi favorevoli**: $|\bar{A}| =$?
- Dobbiamo contare tutti i possibili allineamenti di 23 giorni distinti dell'anno scelti tra 365 giorni.
- Sono le **disposizioni**: $D_{365,23}$. Ovvero: $365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot \ldots \cdot 345 \cdot 344 \cdot 343$.
- $P(A)$

Esempio (Problema dei compleanni)

Esempio (Problema dei compleanni)

Se n studenti si ritrovano a caso in un'aula, qual è la probabilità che almeno due di essi compiano gli anni lo stesso giorno?

Supponiamo che n sia pari a 23

- $A =$ "Almeno due persone festeggiano il compleanno lo stesso giorno"
- Consideriamo il **complementare**:
  $\bar{A} =$ "Tutte le persone compiono gli anni in giorni diversi".
- **Casi possibili**: $|\Omega| = 365^{23}$
- Domanda: Cosa succede se consideriamo anche gli anni bisestili?
- **Casi favorevoli**: $|\bar{A}| = ?$
- Dobbiamo contare tutti i possibili allineamenti di 23 giorni distinti dell'anno scelti tra 365 giorni.
- Sono le **disposizioni**: $D_{365,23}$. Ovvero: $365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot \ldots \cdot 345 \cdot 344 \cdot 343$.
- $P(A) = 1 - P(\bar{A})$

Esempio (Problema dei compleanni)

Esempio (Problema dei compleanni)

Se n studenti si ritrovano a caso in un'aula, qual è la probabilità che almeno due di essi compiano gli anni lo stesso giorno?

Supponiamo che n sia pari a 23

- $A =$ "Almeno due persone festeggiano il compleanno lo stesso giorno"
- Consideriamo il **complementare**:
  $\bar{A} =$ "Tutte le persone compiono gli anni in giorni diversi".
- **Casi possibili**: $|\Omega| = 365^{23}$
- Domanda: Cosa succede se consideriamo anche gli anni bisestili?
- **Casi favorevoli**: $|\bar{A}| =$?
- Dobbiamo contare tutti i possibili allineamenti di 23 giorni distinti dell'anno scelti tra 365 giorni.
- Sono le **disposizioni**: $D_{365,23}$. Ovvero: $365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot \ldots \cdot 345 \cdot 344 \cdot 343$.
- $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot \ldots \cdot 345 \cdot 344 \cdot 343}{365^{23}}$

Esempio (Problema dei compleanni)

Esempio (Problema dei compleanni)

Se n studenti si ritrovano a caso in un'aula, qual è la probabilità che almeno due di essi compiano gli anni lo stesso giorno?

Supponiamo che n sia pari a 23

- $A =$ "Almeno due persone festeggiano il compleanno lo stesso giorno"
- Consideriamo il **complementare**:
  $\bar{A} =$ "Tutte le persone compiono gli anni in giorni diversi".
- **Casi possibili**: $|\Omega| = 365^{23}$
- Domanda: Cosa succede se consideriamo anche gli anni bisestili?
- **Casi favorevoli**: $|\bar{A}| =$?
- Dobbiamo contare tutti i possibili allineamenti di 23 giorni distinti dell'anno scelti tra 365 giorni.
- Sono le **disposizioni**: $D_{365,23}$. Ovvero: $365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot \ldots \cdot 345 \cdot 344 \cdot 343$.
- $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot \ldots \cdot 345 \cdot 344 \cdot 343}{365^{23}} = 0.507$.