

Prova scritta del 02.03.2017

(tempo: 2 ore per gli studenti di *Calcolo delle Probabilità e Statistica*;
2,5 ore per gli studenti di *Matematica per l'Analisi dei Dati*)

Esercizio 1

Di seguito sono riportate due serie di dati relativi al voto di laurea (x) e al numero di anni fuori corso (y) per un campione di 18 studenti.

Studente	S01	S02	S03	S04	S05	S06	S07	S08	S09	S10	S11	S12	S13	S14	S15	S16	S17	S18
x	100	95	110	108	72	85	110	92	98	88	100	90	104	110	97	95	80	106
y	1	2	1	0	8	3	0	1	0	3	4	5	1	0	3	6	5	0

1. Determinare i valori dei tre quartili per i dati relativi al voto di laurea.
2. Disegnare, per i dati relativi al voto di laurea, un boxplot, avente come baffi il 10° e il 90° percentile.
3. Si considerino esclusivamente i dati relativi agli studenti S02, S03 e S06. Calcolare le medie e le varianze sia per i dati relativi al voto di laurea che per quelli relativi al numero di anni fuori corso.
4. Calcolare, sempre in riferimento ai tre precedenti studenti, il coefficiente di correlazione e valutare se esiste qualche correlazione tra i dati, spiegando di che tipo di correlazione si tratta.
5. Determinare la retta di regressione (sempre in riferimento ai tre precedenti studenti).

Esercizio 2

Si consideri il seguente gioco costituito da un mazzo di carte napoletane (40 carte), un dado (6 facce) e una moneta non truccata. Il giocatore lancia il dado. Se esce un numero pari, il mazzo di carte viene suddiviso in due blocchi: B1, contenente le carte di denari, e B2, con le restanti carte. A questo punto viene lanciata la moneta. Se esce testa si estrae una carta da B1, altrimenti si estrae una carta da B2. Se, dal lancio del dado, esce il numero 1, si estrae a caso una carta tra le 10 di denari. Infine, se dal lancio del dado escono 3 o 5 si estrae una carta dall'intero mazzo. Al termine di ogni estrazione, la carta estratta non viene rimessa nel mazzo.

1. Sapendo che dal lancio del dado è uscito il 2, qual è la probabilità di estrarre dal mazzo il 3 di spade?
2. Qual è la probabilità che in un turno del gioco venga estratto il 7 di denari?
3. Se è stato estratto il 2 di denari, qual è la probabilità che lanciando il dado si sia ottenuto il numero 1?
4. Qual è la probabilità che per tre volte consecutive non venga estratta una carta di denari? (Si scriva la soluzione approssimata alla terza cifra significativa).
5. Un giocatore vuole truccare la moneta in modo che la probabilità di estrarre una carta di denari sia del 70%. Quanto dovrebbe essere la probabilità di ottenere testa?

Esercizio 3

Un programma genera casualmente un'immagine in scala di grigi a 256 livelli su una porzione di schermo con una risoluzione di 32x20 pixel.

1. Qual è la probabilità che non compaia mai un pixel bianco?
2. Qual è la probabilità di ottenere sulla schermata esattamente 400 pixel bianchi e 200 pixel neri (si scriva e si spieghi la formula esatta senza calcolarne il risultato).
3. Qual è la probabilità che un pixel bianco compaia più di 6 volte? (Si scriva la formula esatta senza calcolarne il risultato).
4. Si calcoli la probabilità del punto precedente utilizzando l'approssimazione normale.
5. Si modifichi il numero di livelli di grigi in modo che la precedente probabilità sia circa del 15.9%.

Esercizio 4 (Soltanto per gli studenti di *Matematica per l'Analisi dei Dati*)

Si consideri la seguente funzione di densità per una variabile aleatoria continua X:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

1. Calcolare la probabilità di $-0.5 < X < 0.5$.
2. Determinare la funzione di ripartizione di X.
3. Calcolare il valore atteso di X.