

Prova scritta del 06.07.2017

(tempo: 2 ore per gli studenti di *Calcolo delle Probabilità e Statistica*;
2,5 ore per gli studenti di *Matematica per l'Analisi dei Dati*)

Esercizio 1

Di seguito sono riportate due serie di dati relativi all'altezza in cm (x) e al peso in kg (y) per un campione di 17 studenti.

Studente	S01	S02	S03	S04	S05	S06	S07	S08	S09	S10	S11	S12	S13	S14	S15	S16	S17
x	186	155	170	172	175	176	158	163	168	191	171	173	158	168	182	175	172
y	90	88	70	62	66	78	56	65	65	70	92	80	60	70	75	80	75

1. Determinare i valori dei tre quartili per i dati relativi all'altezza.
2. Disegnare, per i dati relativi all'altezza, un boxplot, avente come baffi il 10° e l'90° percentile.
3. Si considerino esclusivamente i dati relativi agli ultimi tre studenti. Calcolare le medie e le varianze sia per i dati relativi all'altezza che per quelli relativi al peso.
4. Calcolare, sempre in riferimento agli ultimi tre studenti, il coefficiente di correlazione e valutare se esiste qualche correlazione tra i dati, spiegando di che tipo di correlazione si tratta.
5. Calcolare la retta di regressione (sempre in riferimento agli ultimi tre studenti).

Esercizio 2

Si consideri il seguente gioco. Abbiamo una moneta e un dado con 4 facce numerate da 1 a 4. La probabilità di uscita dell'1 è del 10%, quella del 2 è del 20%, quella del 3 è del 30% e quella del 4 è del 40%. Ogni manche del gioco consiste nel lanciare due volte il dado e, in base alla somma N ottenuta, lanciare per N volte la moneta. Il gioco si conclude quando si ottiene Testa ad ogni lancio della moneta.

1. Qual è la probabilità di lanciare 5 volte la moneta ad una manche del gioco?
2. Sapendo che la somma dei due dadi è 6, qual è la probabilità di ottenere 3 Teste e 3 Croci dal lancio delle monete?
3. Sapendo che un giocatore ha lanciato per 4 volte la moneta, qual è la probabilità di aver ottenuto 2 sia al primo che al secondo lancio del dado?
4. Sapendo che al primo lancio del dado è uscito 4, qual è la probabilità di vincere in quella manche?
5. Qual è la probabilità che il gioco finisca alla prima manche?

Esercizio 3

Si assuma che la probabilità di vincere al precedente gioco ad una singola manche sia del 2.64%.

1. Qual è la probabilità che il gioco si concluda alla quinta manche?
2. A quale manche ci si aspetta di concludere il gioco?

Si assuma che un giocatore abbia eseguito 150 manche del gioco (continuando a giocare anche nel caso in cui avesse vinto).

3. Qual è la probabilità di aver vinto più di 5 manche? (Scrivere la formula esatta senza calcolarne il risultato).
4. Si calcoli la probabilità del punto precedente utilizzando l'approssimazione normale.
5. Si determini qual è il numero minimo di manche da effettuare affinché la probabilità calcolata al punto precedente sia superiore al 50%?

Esercizio 4 (Soltanto per gli studenti di *Matematica per l'Analisi dei Dati*)

Si consideri la seguente funzione di densità per una variabile aleatoria continua X:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{4}x^3 + x & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

1. Calcolare la probabilità di $0 < X < 1$.
2. Determinare la funzione di ripartizione di X.
3. Calcolare il valore atteso di X.