

## Prova scritta del 09.02.2017

(tempo: 2 ore per gli studenti di *Calcolo delle Probabilità e Statistica*;  
2,5 ore per gli studenti di *Matematica per l'Analisi dei Dati*)

### Esercizio 1

Di seguito sono riportate due serie di dati relativi all'età ( $x$ ) e alla pressione sanguigna ( $y$ ) per un campione di 16 pazienti.

Paziente	P01	P02	P03	P04	P05	P06	P07	P08	P09	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16
$x$	36	38	42	47	49	37	54	40	35	56	60	62	54	68	45	72
$y$	118	115	140	128	144	120	150	132	115	145	155	148	147	152	138	160

1. Determinare i valori dei tre quartili per i dati relativi alla pressione.
2. Disegnare, per i dati relativi alla pressione, un boxplot, avente come baffi il 15° e l'85° percentile.
3. Si considerino esclusivamente i dati relativi agli ultimi tre pazienti. Calcolare le medie e le varianze sia per i dati relativi all'età che per quelli relativi alla pressione.
4. Calcolare, sempre in riferimento agli ultimi tre pazienti, il coefficiente di correlazione e valutare se esiste qualche correlazione tra i dati, spiegando di che tipo di correlazione si tratta.
5. Determinare la retta di regressione (sempre in riferimento agli ultimi tre pazienti).

### Esercizio 2

Si consideri il seguente gioco. Abbiamo due dadi, D1 e D2, ed una moneta non truccata. Il dado D1 (composto da 6 facce) ha 4 facce rosse, 1 faccia bianca e 1 faccia nera, mentre il dado D2 (composto da 6 facce) ha 2 facce rosse, 3 facce bianche e 1 faccia nera. Ogni volta prima di lanciare uno dei due dadi, viene lanciata la moneta. Se esce testa, si gioca con il dado D1; se esce croce, si usa il dado D2.

1. Qual è la probabilità che in un turno del gioco si ottenga una faccia rossa?
2. Se nel primo lancio si è ottenuta una faccia rossa, qual è la probabilità che sia stato usato il dado D1?
3. Qual è la probabilità che per tre volte di fila esca la faccia bianca?
4. Qual è la probabilità che la moneta abbia dato tre volte croce, sapendo che nei tre lanci del dado si sono ottenute tre facce bianche.
5. Un giocatore vuole barare, dipingendo di nero alcune facce bianche dei due dadi, di modo che la probabilità di ottenere una faccia nera in un turno del gioco sia superiore al 30%. Qual è il numero minimo di facce bianche da dipingere?

### Esercizio 3

Un programmatore per scrivere un programma ha bisogno di un metodo che genera le cifre 0 e 1 rispettivamente con probabilità 0.4 e 0.6.

1. Qual è la probabilità che in un byte, generato in tal modo, si presentino cinque volte 1 e tre volte 0?
2. Qual è la probabilità che in un Kbyte (1024 byte), generato in tal modo, non compaia mai la cifra 0?
3. Qual è la probabilità che in un Kbyte compaia più di 3300 volte la cifra 0, ma meno di 3500? (Si scriva la formula esatta senza calcolarne il risultato)
4. Si calcoli la probabilità del punto precedente utilizzando l'approssimazione normale.
5. Si determini come modificare il metodo di generazione in modo che la probabilità di ottenere almeno 5000 volte la cifra 0 in un Kbyte sia del 50%?

### Esercizio 4 (Soltanto per gli studenti di *Matematica per l'Analisi dei Dati*)

Si consideri la seguente funzione di densità per una variabile aleatoria continua  $X$ :

$$f(x) = \begin{cases} 1-x & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ -2+x & \text{se } 2 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

1. Calcolare la probabilità di  $0.5 < X < 2.5$ .
2. Determinare la funzione di ripartizione di  $X$ .
3. Calcolare il valore atteso di  $X$ .