

Prova scritta del 11.02.2019

(tempo: 2 ore per gli studenti di *Calcolo delle Probabilità e Statistica*;
2,5 ore per gli studenti di *Matematica per l'Analisi dei Dati*)

Esercizio 1

Di seguito sono riportati dei dati relativi alla “Temperatura” dell’aria in gradi Celsius e alla “Radiazione” in Watt su metro quadro, rilevati tra le 8 e le 10 del mattino del 27 giugno 2015 nei pressi di Palermo.

Orario	8:00	8:05	8:10	8:15	8:20	8:25	8:30	8:35	8:40	8:45	8:50	8:55
Temperatura (x)	25,3	25,4	25,6	25,6	24,8	24,7	25,0	24,6	24,4	23,9	23,6	23,5
Radiazione(y)	651	658	680	687	638	666	721	686	729	770	810	832
Orario	9:00	9:05	9:10	9:15	9:20	9:25	9:30	9:35	9:40	9:45	9:50	9:55
Temperatura (x)	23,4	23,3	22,8	22,8	22,9	22,9	22,9	23,0	23,1	23,1	23,1	23,0
Radiazione(y)	840	844	855	852	861	846	849	838	871	861	861	863

1. Determinare i valori dei tre quartili relativi alla variabile statistica “Radiazione”.
2. Disegnare per i dati relativi alla “Radiazione”, un boxplot, avente come baffi il 10° e il 90° percentile. Quali sono gli orari corrispondenti agli outliers?
3. Si considerino esclusivamente i dati relativi alle 8:20, 8:40 e 9:00. Calcolare le medie e le varianze sia per la “Temperatura” che per la “Radiazione”.
4. Calcolare, in riferimento agli orari del punto 3, il coefficiente di correlazione e valutare se esiste qualche correlazione tra i dati, spiegando di che tipo di correlazione si tratta.
5. Determinare la retta di regressione (sempre in riferimento agli orari del punto 3) e determinare il valore previsto di “Radiazione” per una temperatura di 26 gradi Celsius. Dare una spiegazione dell’attendibilità del valore previsto.

Esercizio 2

Jennifer e Peter si trovano a New Orleans e, camminando lungo le strade del paese, passano casualmente dinanzi al casinò. Jennifer non sta nella pelle, immagina già di aver vinto migliaia di dollari alla roulette. Peter cerca di convincerla che si tratta di un gioco a perdita in cui contano ben poco le strategie di gioco. Dopo le reiterate suppliche di Jennifer, Peter acconsente alle richieste di Jennifer, che entusiasta avanza verso il casinò. La roulette americana è composta dai numeri da 1 a 36, equamente suddivisi in rossi e neri, e da due numeri speciali 0 e 00, di colore verde. Dopo che i giocatori hanno fatto le loro puntate, viene lanciata una pallina metallica all'interno della roulette, che andrà a posizionarsi su uno dei numeri.



1 - 18												19 - 36											
00	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	3rd										
	2	5	8	11	14	17	20	23	26	29	32	35											
0	1	4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	1st										
1 - 12				13 - 24				25 - 36															
EVEN				RED				BLACK				ODD											

1. Qual è la probabilità che esca un numero nero (BLACK) o un numero pari (EVEN)? (Si noti che 0 e 00 non sono considerati né pari né dispari).
2. Jennifer ha puntato sulla terza fila (3rd). Nonostante la roulette stia ancora girando, la pallina si è già posizionata su un numero. Per via della velocità con cui la roulette ruota, Jennifer non riesce a leggere il valore numerico, ma vede che il colore è rosso. Qual è la probabilità che vinca?
3. Jennifer decide di puntare ripetutamente sull'uscita del nero. Qual è la probabilità che perda per 6 volte consecutive?
4. Dopo un'ora di gioco, Peter si rende conto che i numeri rossi escono con una frequenza maggiore rispetto a quelli neri. Ne conclude che i rossi escono 2 volte su 3 rispetto ai neri. Jennifer allora punta sulla seconda fila (2nd). Qual è la probabilità di vincere?
5. In modo inatteso, il banco sta perdendo. Allora decide di barare. Quando Jennifer punta su un determinato numero della roulette, viene attivato un campo magnetico sotto il numero opposto a quello puntato, in modo da ridurre le probabilità di vittoria. In questo modo la probabilità di uscita di un numero si riduce quanto più è distante dal campo magnetico. Si assuma che la distribuzione di probabilità sia proporzionale alla seguente funzione $f(d) = \frac{1}{\left(\frac{d}{50}\right)^2 + 1}$, dove d

rappresenta la distanza espressa in cm. Si assuma che il raggio della roulette sia di 25cm. Se Jennifer punta su un singolo numero, qual è la probabilità di vincere?

Esercizio 3

Nel gioco della roulette i pagamenti in caso di vittoria nelle possibili puntate sono i seguenti: la vittoria sulla puntata di un singolo numero è pagato 36 volte la posta in gioco; la vittoria su due numeri 18 volte; su quattro numeri 9 volte; su sei numeri 6 volte; la vittoria su una fila (1st, 2nd o 3rd) 3 volte; la vittoria su pari (EVEN), dispari (ODD), nero (BLACK), rosso (RED) 2 volte la posta.

Jennifer vuole ridurre le perdite nel gioco, allora fa diverse puntate contemporaneamente. Punta 1 dollaro sul 19, 1 dollaro sulla coppia di numeri (4, 5), 1 dollaro sulla quaterna di numeri (19, 20, 22, 23), 1 dollaro sulla quaterna di numeri (14, 15, 17, 18), 2 dollari sul nero (BLACK), 2 dollari sul pari (EVEN) e, infine, 2 dollari sulla prima fila (1st).

1. Sia X la variabile aleatoria che associa ad ogni numero la quantità di denaro vinta. Qual è il valore atteso di vincita?
2. Qual è la probabilità che Jennifer vinca almeno 8 dollari?
3. Qual è la probabilità che dopo 3 giocate, Jennifer abbia vinto più di 100 dollari?

Jennifer ha cambiato strategia di gioco. Per 70 volte consecutive ha puntato 1 dollaro sull'uscita del 19.

4. Qual è la probabilità che abbia vinto più di 1 volta?
5. Si calcoli la precedente probabilità facendo uso dell'approssimazione normale.

Esercizio 4

Si consideri la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{se } 0 \leq x < a \\ \frac{a}{2} & \text{se } a \leq x < 2 \\ (x-3)^2 & \text{se } 2 \leq x < 3 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

1. Determinare per quale valore del parametro a la funzione f rappresenta una densità di probabilità.
2. Sia X la variabile aleatoria associata ad f . Calcolare $P(1 < X < 5/2)$.
3. Determinare il valore atteso di X .