

Prova scritta del 16.01.2020

(tempo: 2 ore per gli studenti di *Calcolo delle Probabilità e Statistica*;
2,5 ore per gli studenti di *Matematica per l'Analisi dei Dati*)

Esercizio 1

Si considerino le seguenti coppie di dati relativi alle variabili statistiche X e Y.

X	15	19	20	12	6	10	13	5	9	15	8	8	16	15	7	10	11	20	22	15
Y	4	5	6	3	1	3	4	1	3	5	2	3	5	5	2	4	5	8	8	6

1. Determinare i valori dei tre quartili relativi alla variabile statistica X.
2. Disegnare per X un boxplot, con baffi il 10° e il 90° percentile. Quali sono i valori degli outliers?
3. Si considerino soltanto i primi tre dati riportati in tabella. Calcolare le medie e le varianze per X e Y.
4. Calcolare, in riferimento ai primi tre dati, il coefficiente di correlazione e valutare se esiste qualche correlazione tra i dati, spiegando di che tipo di correlazione si tratta.
5. Determinare la retta di regressione (sempre in riferimento ai primi tre dati) e determinare il valore previsto per la Y nel caso in cui la X valga 32.

Esercizio 2

Si consideri il gioco della Lotteria Italia. Un biglietto della lotteria costa 5 euro ed è costituito da una lettera scelta tra le seguenti 20: A, B, C, D, E, F, G, I, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, Z; e da sei cifre, di cui la prima è scelta soltanto tra le cifre 0, 1, 2, 3, 4, mentre le altre cifre possono essere qualsiasi. Ad esempio D358930 è un possibile biglietto della lotteria, mentre X132678 e A726475 non lo sono. Si assuma che siano stati venduti tutti i biglietti. Le vincite in euro sono le seguenti: 1° premio da 5 milioni; 2° premio da 2.5 milioni; 3° premio da 1.5 milioni; 4° premio da 1 milione; 5° premio da 500 mila; 20 premi da 100 mila; 180 premi da 20 mila. Chiaramente non è possibile che lo stesso biglietto vinca più di un premio.

1. Qual è la probabilità di estrarre come primo premio il biglietto D358930?
2. Qual è la probabilità di estrarre come primo premio un biglietto che inizi per vocale o contenga soltanto cifre inferiori o uguali a 4?
3. Sapendo che tra le cifre di un biglietto estratto compare la cifra 3, qual è la probabilità che essa sia la prima cifra del numero sul biglietto?
4. Qual è la probabilità di vincere almeno un premio avendo comprato due biglietti? (Si scriva l'espressione esatta del calcolo)
5. Calcolare il valore atteso di vincita per un giocatore che ha comprato un singolo biglietto.

Esercizio 3

In un gioco con due dadi si vince se la somma delle facce dei due dadi è 7, 11 oppure escono due numeri uguali.

1. Qual è il valore atteso di lanci da fare per vincere al gioco?
2. Si assuma che un giocatore esegue 180 lanci dei dadi. Qual è la probabilità di vincere più di 80 volte? (Si scriva l'espressione numerica esatta, senza calcolarne il risultato).
3. Si calcoli la precedente probabilità facendo uso dell'approssimazione normale.
4. Qual è il numero minimo di lanci da fare affinché la precedente probabilità sia superiore al 50%?
5. Si consideri lo stesso gioco, ma con due dadi uguali aventi un numero di facce maggiore di 6. Si determini la probabilità di vincere in funzione del numero di facce e si individui il numero delle facce per cui il valore atteso di lanci da fare per vincere il gioco è 8.

Esercizio 4

Si consideri la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a+x}{a-0.25} & \text{se } -a \leq x \leq -0.25 \\ 1 & \text{se } -0.25 < x < 0.25 \\ \frac{a-x}{a-0.25} & \text{se } 0.25 \leq x \leq a \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

1. Determinare per quale valore del parametro a la funzione f rappresenta una densità di probabilità.
2. Sia X la variabile aleatoria associata ad f . Calcolare la probabilità che X sia maggiore di 0.2.
3. Determinare la varianza di X (suggerimento: disegnare la funzione f).