

## Prova scritta del 24.01.2019

(tempo: 2 ore per gli studenti di *Calcolo delle Probabilità e Statistica*;  
2,5 ore per gli studenti di *Matematica per l'Analisi dei Dati*)

### Esercizio 1

Di seguito è riportata la situazione attuale della classifica della serie A del campionato italiano di calcio. Si considerino i dati relativi alle variabili statistiche “Reti Fatte” ( $x$ ) e a “Reti Subite” ( $y$ ).

Squadra	Punteggio	Reti Fatte	Reti Subite
Juventus	56	41	11
Napoli	47	39	18
Inter	40	31	14
Milan	34	28	20
Roma	33	37	26
Lazio	32	29	23
Atalanta	31	44	27
Sampdoria	30	35	26
Parma	28	19	24
Fiorentina	27	28	21
Torino	27	26	22
Sassuolo	26	30	32
Cagliari	21	19	27
Genoa	20	25	37
Udinese	18	17	25
Spal	18	16	28
Empoli	17	24	39
Bologna	14	16	30
Frosinone	10	12	42
Chievo	8	14	38

1. Determinare i valori dei tre quartili relativi alla variabile statistica “Reti Fatte”.
2. Disegnare per i dati relativi alle “Reti Fatte”, un boxplot, avente come baffi il 5° e il 95° percentile. Chi sono le squadre corrispondenti agli outliers?
3. Si considerino esclusivamente i dati relativi alla Juventus, all'Inter e al Milan. Calcolare le medie e le varianze sia per le “Reti Fatte” che per le “Reti Subite”.
4. Calcolare, sempre in riferimento alle squadre del punto 3, il coefficiente di correlazione e valutare se esiste qualche correlazione tra i dati, spiegando di che tipo di correlazione si tratta.
5. Determinare la retta di regressione (sempre in riferimento alle squadre del punto 3) e determinare il valore previsto di “Reti subite” per una squadra che ha fatto 20 reti.

## Esercizio 2

Si consideri il seguente frammento di codice in C++:

```
1   int A1 = rand()%6, A2 = rand()%2;
2   int B1 = rand()%6, B2 = rand()%2, B3 = rand()%3, B4 = rand()%3;
3   int C1 = rand()%3, C2 = rand()%3, C3 = rand()%6;
4   int D = rand()%3;
5   int n,m;
6   cin >> n >> m;
7   int E = rand()%n;
8   int F = rand()%m;
9   if (A1 + A2 > 4){ D = rand()%4; }
10  else if (B1 >= 2 && B3*B4 < 2 && B2==1 ){ D = rand()%3; }
11  else if ((C1 > 0 || C2 < 2) && (C3!=0)){ D = rand()%2; }
12  if (E > 3 && F < 4){ D = rand()%2; }
```

1. Qual è la probabilità che sia soddisfatta la condizione del costrutto `if` che compare alla riga 9?
2. Qual è la probabilità che sia soddisfatta la condizione del costrutto `if` che compare alla riga 10?
3. Qual è la probabilità che sia soddisfatta la condizione del costrutto `if` che compare alla riga 11?
4. Determinare tutti i possibili valori da assegnare ad  $n$  ed  $m$  in modo che la probabilità di soddisfare il costrutto `if` che compare alla riga 12 sia esattamente pari ad  $\frac{1}{2}$ .
5. Qual è la probabilità che al termine del codice alla variabile  $D$  sia assegnato il valore 2?

## Esercizio 3

Il signor Hilbert sta costruendo un albergo che finora è costituito da 300 piani oltre il piano terra. 5 persone che si trovano al piano terra entrano nell'ascensore e, in modo indipendente l'una dall'altra, selezionano il numero del piano dove desiderano recarsi. Chiaramente può accadere che più persone scelgano lo stesso piano.

1. Qual è la probabilità che almeno una persona esca al 10° piano?
2. Qual è la probabilità che esattamente due persone escano entro il 100° piano?

Il signor Hilbert, nella costruzione dell'albergo, ha voluto che ci fossero dei piani speciali dedicati esclusivamente ad attività culturali e di relax. In modo casuale, è stato costruito un piano di questo tipo con probabilità 0.03.

3. Qual è il valore atteso di piani speciali costruiti finora?
4. Qual è la probabilità che ci siano esattamente 10 piani speciali?
5. Si calcoli la probabilità che ci siano più di 12 piani speciali facendo uso dell'approssimazione normale.

## Esercizio 4

Si consideri la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ ax^2 - 4ax + 4a & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

1. Determinare per quale valore di  $a$  la funzione  $f$  rappresenta una funzione di densità di probabilità.
2. Calcolare la probabilità che la variabile aleatoria  $X$  associata ad  $f$  sia minore di 1.
3. Calcolare il valore atteso di  $X$ .