

Esercitazione sul Calcolo delle Probabilità (1)

Esercizio. Scrivere un programma in C++ che dati DUE DADI (a 6 facce) esegua N lanci. Si memorizzino in un array le frequenze assolute delle somme delle facce dei due dadi (cioè, il numero di volte che la somma è 2, il numero di volte che la somma è 3, ..., il numero di volte che la somma è 12) e si memorizzino in un altro array le frequenze relative. Si esegua questo procedimento facendo variare N tra 10 , 10^2 , 10^3 , 10^4 , 10^5 , 10^6 . Si esegua lo stesso procedimento generando un NUMERO a caso tra 2 e 12.

Si restituiscano in output due tabelle come segue:

Tabella 1: Frequenze assolute e relative delle **somme delle facce dei due dadi**.

2 dadi	N	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
F. A.	10^1	2	0	1	2	0	2	1	1	0	1	0
F. R.	10^1	0.2	0	0.1	0.2	0	0.2	0.1	0.1	0	0.1	0
F. A.	10^2	5	8	8	12	15	13	12	10	7	7	3
F. R.	10^2	0.05	0.08	0.08	0.12	0.15	0.13	0.12	0.1	0.07	0.07	0.03
F. A.	10^3	36	50	89	119	138	169	125	113	80	51	30
F. R.	10^3	0.036	0.05	0.089	0.119	0.138	0.169	0.125	0.113	0.08	0.051	0.03
F. A.	10^4	287	537	759	1118	1410	1746	1328	1131	836	578	270
F. R.	10^4	0.0287	0.0537	0.0759	0.112	0.141	0.175	0.133	0.113	0.0836	0.0578	0.027
F. A.	10^5	2830	5521	8310	11079	13815	16714	13908	11139	8388	5525	2771
F. R.	10^5	0.0283	0.0552	0.0831	0.111	0.138	0.167	0.139	0.111	0.0839	0.0553	0.0277
F. A.	10^6	27816	55213	83106	111254	138750	166749	139031	111358	83440	55608	27675
F. R.	10^6	0.0278	0.0552	0.0831	0.111	0.139	0.167	0.139	0.111	0.0834	0.0556	0.0277

Tabella 2: Frequenze assolute e relative della **generazione di un numero random tra 2 e 12**.

Num.	N	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
F. A.	10^1	1	1	2	1	1	0	1	0	0	2	1
F. R.	10^1	0.1	0.1	0.2	0.1	0.1	0	0.1	0	0	0.2	0.1
F. A.	10^2	8	11	13	10	11	6	7	4	10	8	12
F. R.	10^2	0.08	0.11	0.13	0.1	0.11	0.06	0.07	0.04	0.1	0.08	0.12
F. A.	10^3	86	102	101	81	88	97	81	98	82	90	94
F. R.	10^3	0.086	0.102	0.101	0.081	0.088	0.097	0.081	0.098	0.082	0.09	0.094
F. A.	10^4	876	949	904	928	883	923	921	921	905	890	900
F. R.	10^4	0.0876	0.0949	0.0904	0.0928	0.0883	0.0923	0.0921	0.0921	0.0905	0.089	0.09
F. A.	10^5	9102	9001	9113	9059	9212	9230	8921	8953	9012	9170	9227
F. R.	10^5	0.091	0.09	0.0911	0.0906	0.0921	0.0923	0.0892	0.0895	0.0901	0.0917	0.0923
F. A.	10^6	90868	90624	91239	90647	91077	90592	90753	90887	91107	91286	90920
F. R.	10^6	0.0909	0.0906	0.0912	0.0906	0.0911	0.0906	0.0908	0.0909	0.0911	0.0913	0.0909

Infine calcolare la probabilità di ottenere 2 come somma delle facce di due dadi, di ottenere 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12; e calcolare la probabilità di estrarre un numero a caso tra 2 e 12.

Probabilità di estrarre un numero a caso tra 2 e 12:

Casi possibili: $\Omega = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$, $|\Omega| = 11$.

Considerando che gli eventi sono equiprobabili la probabilità di estrarre un numero a caso tra 2 e 12 è uguale per ogni numero: $\frac{1}{11} \approx 0.0909$.

Probabilità di ottenere 2, 3, ..., 12 come somma delle facce di due dadi:

Casi possibili: $\Omega = \{(\omega_1, \omega_2) | \omega_i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$, $|\Omega| = 6 \times 6 = 36$.

Tabella 3: Rappresentazione dallo spazio campionario.

<i>Dado 2</i> \ <i>Dado 1</i>	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

La tabella 3 rappresenta l'intero spazio campionario e ci sarà di aiuto nel calcolo della probabilità.

Ad esempio, per calcolare la probabilità di ottenere 9, se guardiamo alle caselle evidenziate, i casi possibili sono 4. Possiamo ottenere 9 come:

- Dado 1 = 3, Dado 2 = 6
- Dado 1 = 4, Dado 2 = 5
- Dado 1 = 5, Dado 2 = 4
- Dado 1 = 6, Dado 2 = 3

Tabella 4: Calcolo della probabilità, dove $A = \text{"la somma delle facce dei due dadi è } k\text{"}$, con $k = 2, 3, \dots, 12$.

<i>Evento A</i>	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$ A $	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1
P_A	0.0278	0.0556	0.0833	0.111	0.139	0.167	0.139	0.111	0.0833	0.0556	0.0278
F. R. (10^6)	0.0278	0.0552	0.0831	0.111	0.139	0.167	0.139	0.111	0.0834	0.0556	0.0277

Possiamo osservare che dopo un numero "grande" di ripetizioni (10^6) la frequenza relativa si avvicina alla probabilità teorica calcolata.