Pontificia Facoltà Teologica dell’Italia Meridionale
Istituto Teologico Calabro “S. Pio X”
Licenza in Teologia dell’Evangelizzazione

Nuovi orizzonti della tecnica, della scienza e della fede

Giovanni Amendola
Anno Accademico 2021-2022

Pontificia Facoltà Teologica dell’Italia Meridionale
Istituto Teologico Calabro “S. Pio X”
Licenza in Teologia dell’Evangelizzazione

Nuovi orizzonti della tecnica, della scienza e della fede

PRIMA PARTE. ***In ascolto del tempo dell’Intelligenza Artificiale***

Indice

1. **Intelligenza artificiale tra logica, calcolo e apprendimento**

2. **Chiusure e aperture dei linguaggi formali e della matematica**

3. **Consapevolezza e apocalisse dell’intelligenza artificiale**

2. Chiusure e aperture dei linguaggi formali e della matematica

Grande fiducia nella ragione calcolante

Cartesio

Leibniz

Riferimenti dal libro di testo, *Antropo-Logos*:

pagine 99-104

pagine 129-139

2. Chiusure e aperture dei linguaggi formali e della matematica

Grande fiducia nella ragione calcolante

«Quando ero giovane mi ero dedicato un po', fra le parti della filosofia, alla logica, e, fra quelle della matematica, all'analisi dei geometri e all'algebra. Erano tre arti o scienze che pareva dovessero dare qualche contributo al mio disegno. Ma sottoponendole a esame mi accorsi che, per quanto riguarda **la logica, i suoi sillogismi e la maggior parte delle sue regole servono a spiegare agli altri le cose che si sanno**»

«Quanto poi all'**analisi degli antichi** e all'**algebra dei moderni**, a parte il fatto che il loro campo è limitato a questioni molto astratte e che appaiono prive di utilità, la prima è sempre legata alla considerazione delle figure che può giovare all'esercizio dell'intelligenza solo a prezzo di **un grande sforzo dell'immaginazione**; e, per quel che concerne la seconda, ci siamo lasciati irretire da certe formule e da certe cifre fino al punto da farne **un'arte confusa e oscura**, un ostacolo per la mente, anziché una scienza volta a coltivarne le capacità»

(*Discorso sul metodo, 1637*)

2. Chiusure e aperture dei linguaggi formali e della matematica

Grande fiducia nella ragione calcolante

Calculus ratiocinator **e** ***Characteristica universalis***

«Per ritornare all’espressione dei pensieri per mezzo di caratteri, sento che le controversie non finirebbero mai e che non si potrebbe mai imporre il silenzio alle sette, se non ci riportassimo **dai ragionamenti complicati ai calcoli semplici**, **dai vocaboli di significato vago ed incerto ai caratteri determinati** […]. Una volta fatto ciò, quando sorgeranno controversie, non ci sarà maggior bisogno di discussione tra due filosofi di quanto ce ne sia tra due calcolatori [ovvero tra due persone che fanno calcoli matematici]. Sarà sufficiente, infatti, che essi prendano la penna in mano, si siedano a tavolino, e si dicano reciprocamente (chiamato, se loro piace, un amico): *calculemus*!»

Dal *De scientia universali seu calculo philosophico* (1680)

2. Chiusure e aperture dei linguaggi formali e della matematica

Grande fiducia nella ragione calcolante

Calculus ratiocinator e ***Characteristica universalis***

«Le **lingue ordinarie**, sebbene servano al ragionamento, tuttavia sono soggette a **innumerevoli equivoci**, né possono essere impiegate per il calcolo, in maniera cioè che si possano scoprire gli errori di ragionamento risalendo alla formazione e alla costruzione delle parole, come se si trattasse di solecismi o barbarismi. **Questo mirabilissimo vantaggio sinora danno soltanto i segni impiegati dagli aritmetici e dagli algebristi, nei quali ogni ragionamento consiste nell’uso di caratteri, e ogni errore mentale è lo stesso che un errore di calcolo**»

Dal *De scientia universali seu calculo philosophico* (1680)

2. Chiusure e aperture dei linguaggi formali e della matematica

Grande fiducia nella ragione calcolante

Calculus ratiocinator e ***Characteristica universalis***

«**bisogna che il metodo, seguito nelle nostre ricerche quando si tratta di esaminare le idee, sia regolato sull'esempio dei matematici**, che da certi principi molto chiari e facili (che sono gli assiomi e le definizioni) procedono a piccoli passi e per una catena continua di ragionamenti verso la scoperta e la dimostrazione di verità che a tutta prima sembravano superiori alla capacità umana. L'arte di trovar le prove e i metodi mirabili che essi hanno inventato per districare ed ordinare le idee intermedie, hanno prodotto scoperte meravigliose e insperate. Ma sapere se con il tempo si potrà inventare qualche metodo simile che serva alle altre idee altrettanto bene quanto alle idee di grandezza, è cosa che qui non voglio decidere. **Se altre idee fossero almeno esaminate secondo il metodo ordinario dei matematici, condurrebbero il nostro pensiero più lontano, forse, di quanto siamo portati ad immaginarci**. E ciò potrebbe attuarsi specialmente nella morale, come ho detto più di una volta»

Da *Nuovi saggi sull'intelletto umano* (1704)

2. Chiusure e aperture dei linguaggi formali e della matematica

Grande fiducia nella ragione calcolante

Calculus ratiocinator e ***Characteristica universalis***

«pochi conoscono o sfruttano i vantaggi e quasi è una fatalità per il genere umano riuscire a servirsi con poco dei favori e dei tesori della natura benigna, da Dio prestati. Quindi **sono del parere che gli uomini già adesso potrebbero far cose incredibili, se s'impegnassero**, ma i loro occhi sono tenuti ancora chiusi e **tutto deve aspettare il suo tempo per maturare**. Perciò penso, che **una testa di cavolo con i vantaggi ausiliari e con l'impiego di essi, possa superare i migliori**, come il bambino con il regolo riesce a tracciare linee migliori di quelle disegnate a mano libera dal più eccellente maestro. Gli ingegni più meravigliosi potrebbero fare incredibili progressi se traessero vantaggio da quei mezzi […]

<u>Sono convinto però e mi sembra già di prevedere, anzi l'ho già pregustato, che quest'arte della ragione può essere portata a un livello incomparabilmente più alto, ma – da parte mia – senza la matematica difficilmente ci sarei arrivato</u>»

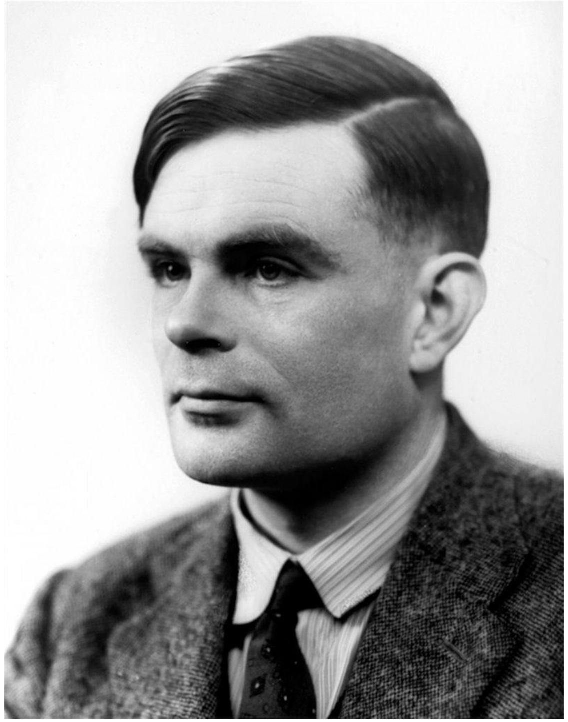
Da *Nuovi saggi sull'intelletto umano* (1704)

2. Chiusure e aperture dei linguaggi formali e della matematica

Chiusure e aperture

Wittgenstein, 1921

Gödel, 1931



Turing, 1936

Riferimenti dal libro di testo, *Antropo-Logos*:

pagine 153-161 pagine 71-74 pagine 29-38

2. Chiusure e aperture dei linguaggi formali e della matematica

Incompletezza della matematica

Primo Teorema di Incompletezza

«In ogni formalizzazione coerente della matematica in grado di assiomatizzare l'aritmetica è possibile costruire una proposizione che non può essere né dimostrata né confutata all'interno del sistema, tale **proposizione** è detta **indecidibile**»

Kurt Gödel
(1931)

2. Chiusure e aperture dei linguaggi formali e della matematica

Incompletezza della matematica

Gödel, 1931:

Primo Teorema di Incompletezza

Proposition VI: To every ω-consistent recursive class c of *formulae* there correspond recursive *class-signs* r, such that neither v Gen r nor Neg (v Gen r) belongs to Flg (c) (where v is the *free variable* of r).

Proof: Let c be any given recursive ω-consistent class of *formulae*. We define:

$$Bw_c(x) \equiv (n)\,[n \leqq l(x) \rightarrow A\,x\,(n\,Gl\,x) \vee (n\,Gl\,x)\,\varepsilon\,c\, \vee (Ep,q)\,\{0 < p, q < n\ \&\ Fl(n\,Gl\,x, p\,Gl\,x, q\,Gl\,x)\}]\ \&\ l(x) > 0 \qquad (5)$$

(cf. the analogous concept 44)

$$x\,B_c\,y \equiv Bw_c(x)\ \&\ [l(x)]\,Gl\,x = y \qquad (6)$$

$$\mathrm{Bew}_c(x) \equiv (Ey)\,y\,B_c\,x \qquad (6.1)$$

(cf. the analogous concepts 45, 46)

The following clearly hold:

$$(x)\,[\mathrm{Bew}_c(x) \sim x\,\varepsilon\,\mathrm{Flg}(c)] \qquad (7)$$

$$(x)\,[\mathrm{Bew}(x) \rightarrow \mathrm{Bew}_c(x)] \qquad (8)$$

We now define the relation:

$$Q(x,y) \equiv \overline{x\,B_c\left[Sb\left(y\,{}^{19}_{Z(y)}\right)\right]}. \qquad (8.1)$$

Since $x\,B_c\,y$ [according to (6), (5)] and $Sb\left(y\,{}^{19}_{Z(y)}\right)$ (according to definitions 17, 31) are recursive, so also is $Q(x,y)$. According to Proposition V and (8) there is therefore a *relation-sign* q (with the *free variables* 17, 19) such that

$$\overline{x\,B_c\left[Sb\left(y\,{}^{19}_{Z(y)}\right)\right]} \rightarrow \mathrm{Bew}_c\left[Sb\left(q\,{}^{17}_{Z(x)}\,{}^{19}_{Z(y)}\right)\right] \qquad (9)$$

$$x\,B_c\left[Sb\left(y\,{}^{19}_{Z(y)}\right)\right] \rightarrow \mathrm{Bew}_c\left[\mathrm{Neg}\,Sb\left(q\,{}^{17}_{Z(x)}\,{}^{19}_{Z(y)}\right)\right] \qquad (10)$$

We put

$$p = 17\ \mathrm{Gen}\ q \qquad (11)$$

(p is a *class-sign* with the *free variable* 19)

and

$$r = Sb\left(q\,{}^{19}_{Z(p)}\right) \qquad (12)$$

(r is a recursive *class-sign* with the *free variable* 17).[43] Then

$$Sb\left(p\,{}^{19}_{Z(p)}\right) = Sb\left([17\ \mathrm{Gen}\ q]\,{}^{19}_{Z(p)}\right)$$
$$= 17\ \mathrm{Gen}\ Sb\left(q\,{}^{19}_{Z(p)}\right) \qquad (13)$$
$$= 17\ \mathrm{Gen}\ r^{44}$$

[43] r is derived, in fact, from the recursive *relation-sign* q on replacement of a *variable* by a determinate number (p).
[44] The operations Gen and Sb are naturally always commutative, wherever they refer to different *variables*.

[because of (11) and (12)] and furthermore:

$$Sb\left(q\,{}^{17}_{Z(x)}\,{}^{19}_{Z(p)}\right) = Sb\left(r\,{}^{17}_{Z(x)}\right) \qquad (14)$$

[according to (12)]. If now in (9) and (10) we substitute p for y, we find, in virtue of (13) and (14):

$$x\,B_c\,(17\ \mathrm{Gen}\ r) \rightarrow \mathrm{Bew}_c\left[Sb\left(r\,{}^{17}_{Z(x)}\right)\right] \qquad (15)$$

$$x\,B_c\,(17\ \mathrm{Gen}\ r) \rightarrow \mathrm{Bew}_c\left[\mathrm{Neg}\,Sb\left(r\,{}^{17}_{Z(x)}\right)\right] \qquad (16)$$

Hence:

1. 17 Gen r is not *c-provable*.[45] For if that were so, there would (according to 6.1) be an n such that $n\,B_c\,(17\ \mathrm{Gen}\ r)$. By (16) it would therefore be the case that:

$$\mathrm{Bew}_c\left[\mathrm{Neg}\,Sb\left(r\,{}^{17}_{Z(n)}\right)\right]$$

while—on the other hand—from the *c-provability* of 17 Gen r there follows also that of $Sb\left(r\,{}^{17}_{Z(n)}\right)$. c would therefore be inconsistent (and, *a fortiori*, ω-inconsistent).

2. Neg (17 Gen r) is not *c-provable*. Proof: As shown above, 17 Gen r is not *c-provable*, i.e. (according to 6.1) the following holds: $(n)\,\overline{n\,B_c\,(17\ \mathrm{Gen}\ r)}$. Whence it follows, by (15), that $(n)\,\mathrm{Bew}_c\left[Sb\left(r\,{}^{17}_{Z(n)}\right)\right]$, which together with $\mathrm{Bew}_c\,[\mathrm{Neg}\,(17\ \mathrm{Gen}\ r)]$ would conflict with the ω-consistency of c.

17 Gen r is therefore undecidable in c, so that Proposition VI is proved.

[45] "x is *c-provable*" signifies: $x\,\varepsilon\,\mathrm{Flg}\,(c)$, which, by (7), states the same as $\mathrm{Bew}_c\,(x)$.

2. Chiusure e aperture dei linguaggi formali e della matematica

Incompletezza della matematica

Secondo Teorema di Incompletezza

«In ogni formalizzazione coerente della matematica in grado di assiomatizzare l'aritmetica, non è possibile dimostrare **la coerenza del sistema** all'interno del sistema stesso»

Kurt Gödel
(1931)

2. Chiusure e aperture dei linguaggi formali e della matematica

Incompletezza della matematica

Proposition XI: If c be a given recursive, consistent class[63] of *formulae*, then the *propositional formula* which states that c is consistent is not *c-provable*; in particular, the consistency of P is unprovable in P,[64] it being assumed that P is consistent (if not, of course, every statement is provable).

The proof (sketched in outline) is as follows: Let c be any given recursive class of *formulae*, selected once and for all for purposes of the following argument (in the simplest case it may be the null class). For proof of the fact that 17 Gen r is not *c-provable*,[65] only the consistency of c was made use of, as appears from 1, page 59; i.e.

$$\text{Wid}\,(c) \rightarrow \overline{\text{Bew}_c}\,(17\text{ Gen } r) \qquad (23)$$

i.e. by (6.1):

$$\text{Wid}\,(c) \rightarrow (x)\,\overline{x\; B_c\,(17\text{ Gen } r)}$$

By (13), $17\text{ Gen } r = Sb\left(p\; {19 \atop Z(p)}\right)$ and hence:

$$\text{Wid}\,(c) \rightarrow (x)\,\overline{x\; B_c\; Sb\left(p\; {19 \atop Z(p)}\right)}$$

i.e. by (8.1):

$$\text{Wid}\,(c) \rightarrow (x)\; Q\,(x, p) \qquad (24)$$

We now establish the following: All the concepts defined (or assertions proved) in Sections 2[66] and 4 are also expressible (or provable) in P. For we have employed throughout only the normal methods of definition and proof accepted in classical mathematics, as formalized in the system P. In particular c (like any recursive class) is definable in P. Let w be the *propositional formula* expressing Wid (c) in P. The relation $Q\,(x, y)$ is expressed, in accordance with (8.1), (9) and (10), by the *relation-sign* q, and $Q\,(x, p)$, therefore, by $r\left[\text{since by (12) } r = Sb\left(q\; {19 \atop Z(p)}\right)\right]$ and the proposition $(x)\; Q\,(x, p)$ by 17 Gen r.

In virtue of (24) w Imp (17 Gen r) is therefore *provable* in P[67] (and *a fortiori c-provable*). Now if w were *c-provable*, 17 Gen r would also be *c-provable* and hence it would follow, by (23), that c is not consistent.

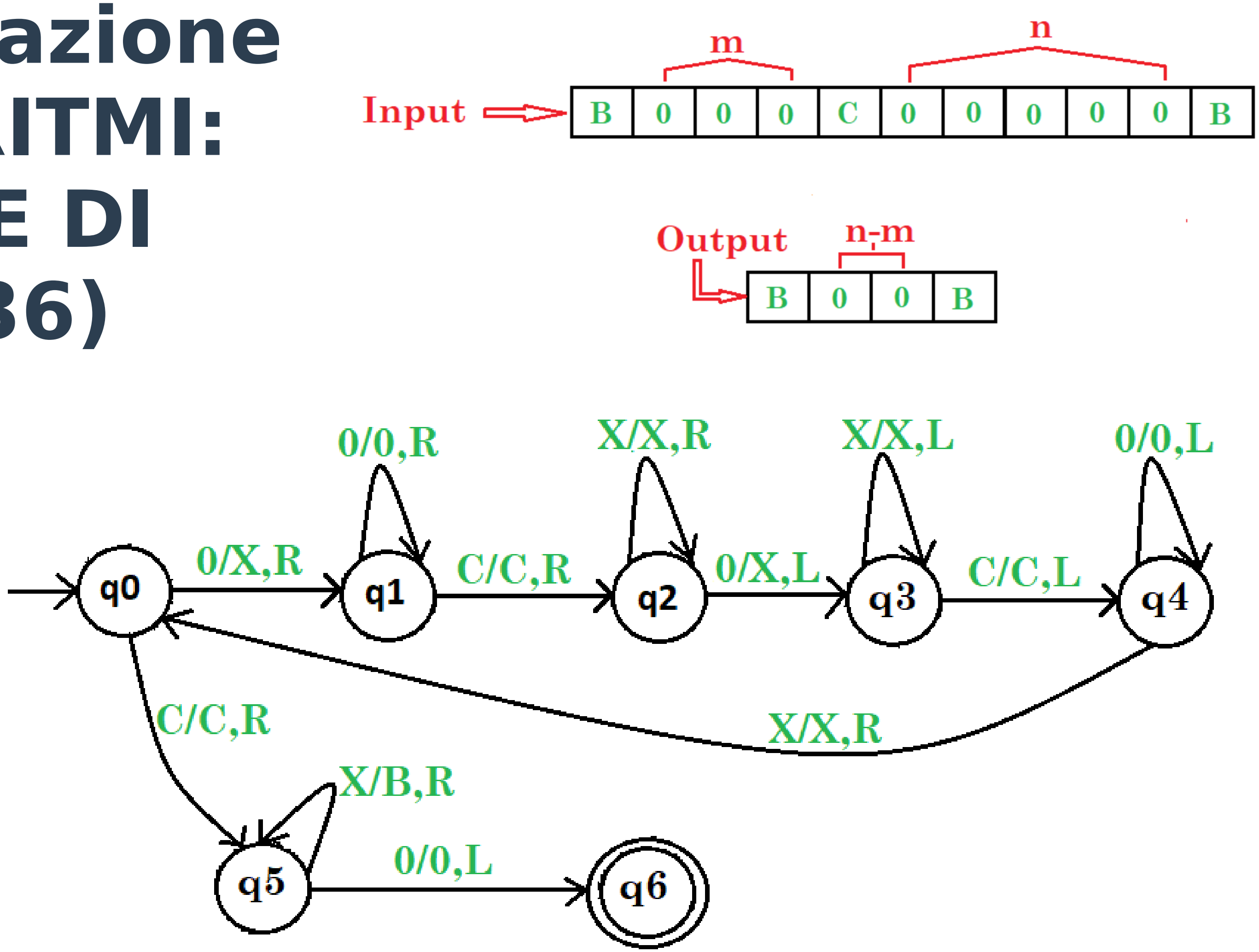
[63] c is consistent (abbreviated as Wid (c)) is defined as follows: $\text{Wid}\,(c) \equiv (E\,x)\,[\text{Form}\,(x)\;\&\;\overline{\text{Bew}_c}\,(x)]$.
[64] This follows if c is replaced by the null class of *formulae*.
[65] r naturally depends on c (just as p does).
[66] From the definition of "recursive" on p. 46 up to the proof of Proposition VI inclusive.

Gödel, 1931:

Secondo Teorema di Incompletezza

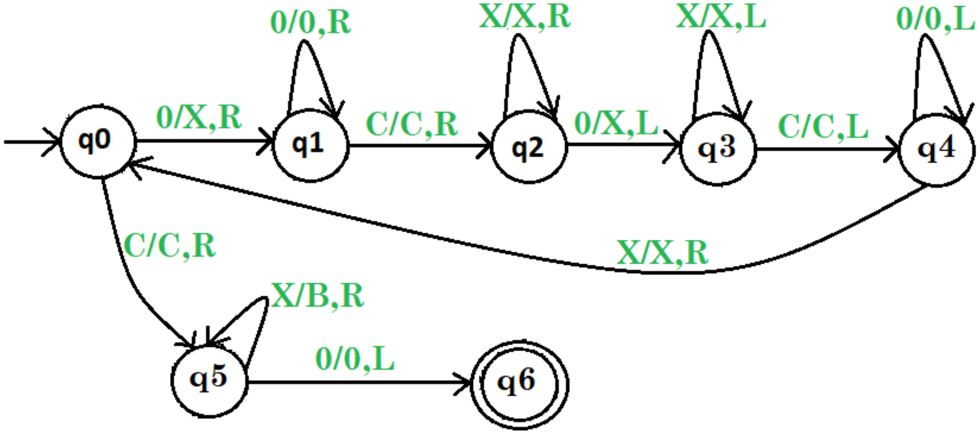
2. Chiusure e aperture dei linguaggi formali e della matematica

La formalizzazione degli ALGORITMI: le MACCHINE DI TURING (1936)



2. Chiusure e aperture dei linguaggi formali e della matematica

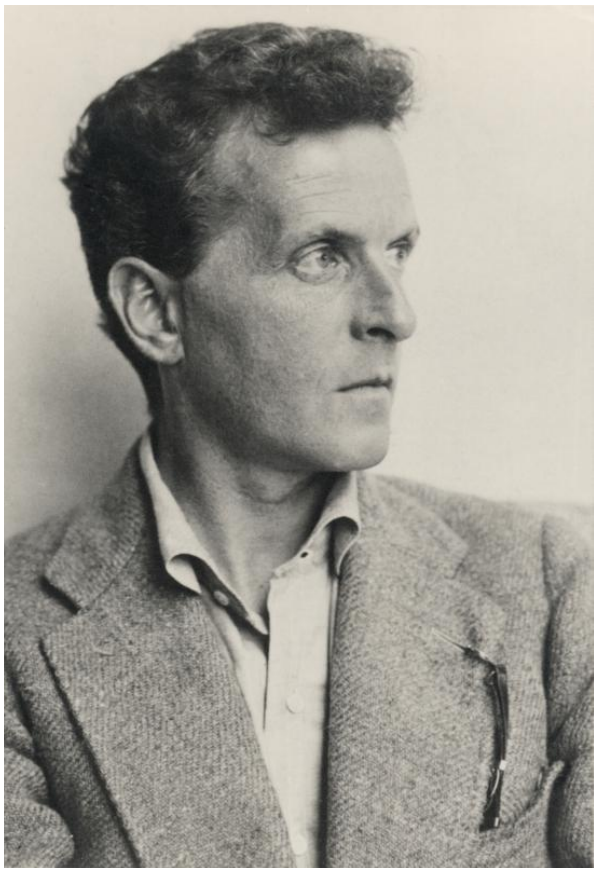
Problemi irrisolvibili



Alan designed the perfect computer

Il problema della FERMATA è INDECIDIBILE! (Turing 1936)

2. Chiusure e aperture dei linguaggi formali e della matematica

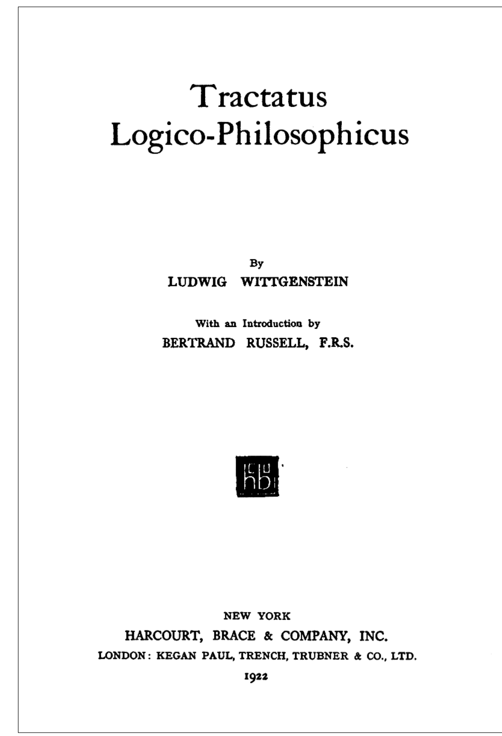


Ludwig Wittgenstein
(1889-1951)

Trattato logico-filosofico

6.53 Nulla dire se non ciò che può dirsi; dunque, proposizioni della scienza naturale - dunque, qualcosa che con la filosofia nulla ha da fare -, e poi, ogni volta che altri voglia dire qualcosa di metafisico, mostrargli che, a certi segni nelle sue proposizioni, egli non ha dato significato alcuno

7 Su ciò di cui non si può parlare, si deve tacere.



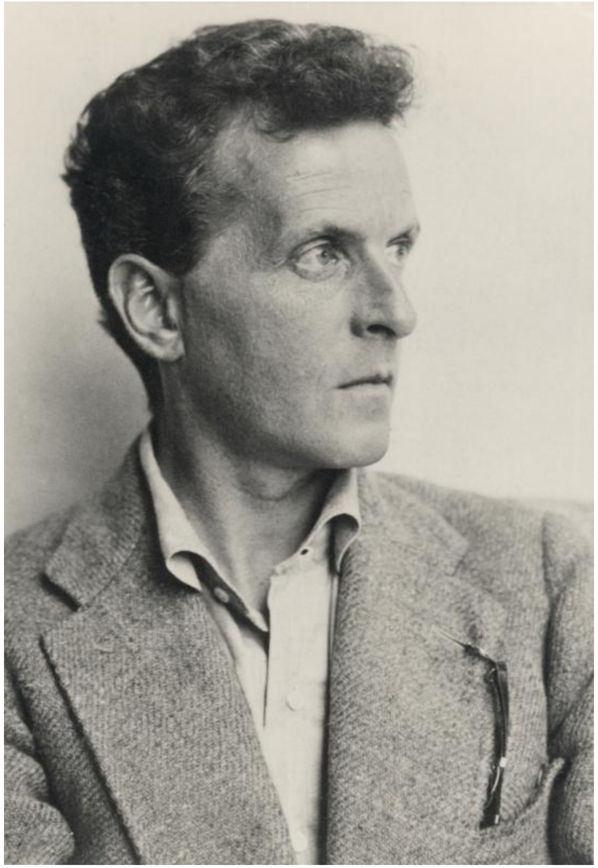
Tractatus
Logico-Philosophicus

By
LUDWIG WITTGENSTEIN

With an Introduction by
BERTRAND RUSSELL, F.R.S.

NEW YORK
HARCOURT, BRACE & COMPANY, INC.
LONDON: KEGAN PAUL, TRENCH, TRUBNER & CO., LTD.
1922

2. Chiusure e aperture dei linguaggi formali e della matematica



Ludwig Wittgenstein (1889-1951)

Trattato logico-filosofico

6.52
Noi sentiamo che, anche una volta che tutte le possibili domande scientifiche abbiano avuto risposta, i nostri problemi vitali non sono ancora neppure toccati. Certamente, allora non resta più alcuna domanda; e appunto questa è la risposta.

6.521
La risoluzione del problema della vita si scorge allo sparire di esso. (Non è forse per questo che uomini, cui il senso della vita divenne, dopo lunghi dubbi, chiaro, non seppero poi dire in che consisteva questo senso?)

6.522
Vi è davvero l'ineffabile. Esso mostra sé, è il mistico.

2. Chiusure e aperture dei linguaggi formali e della matematica

Osservazioni conclusive

1. **Irriducibilità della semantica alla pura sintassi**
   → possibilità di **“dire” Dio**

2. **Efficacia della matematica nello studio dei fenomeni fisici**
   → presenza di **una razionalità (*Logos*) nella natura**

3. **Distinzione invalicabile tra linguaggio oggetto e meta-linguaggio**
   → il mistero del linguaggio umano
   → una **Parola originaria** che fonda le nostre parole