

Programma di Analisi Matematica

(CdS in Informatica)

Anno Accademico 2018/19

I Numeri e le Funzioni Reali.

Gli assiomi dei numeri reali: assiomi relativi alle operazioni, assiomi relativi all'ordinamento. Numeri naturali, interi, razionali, irrazionali. Assioma di Completezza. Conseguenze dei numeri reali. Relazioni d'equivalenza, classi di resto, insieme quoziente. Cenni di Teoria degli insiemi. Non completezza di \mathbb{Q} . Applicazioni e funzioni. Funzioni iniettive, suriettive e biunivoche. Funzioni lineari. Funzioni invertibili e funzione inversa. Funzioni potenza, esponenziale, logaritmo. Le funzioni trigonometriche. Composizione di funzioni. Identità di cancellazione. Funzioni pari e dispari. Funzioni valore assoluto e sue proprietà. Disuguaglianza triangolare. Parte intera di un numero reale. Il principio di induzione. Somma dei primi n naturali; somma dei quadrati dei primi n naturali. Disuguaglianza di Bernoulli. Somma geometrica.

Complementi ai Numeri Reali.

Massimo, minimo, maggioranti, minoranti, estremo superiore, estremo inferiore. Esistenza dell'estremo superiore per un insieme superiormente limitato. Esistenza dell'estremo inferiore per un insieme inferiormente limitato. Proprietà dell'estremo superiore ed inferiore. Calcolo combinatorio. Permutazioni. Disposizioni. Combinazioni. Il binomio di Newton.

Numeri Complessi: forma algebrica e forma trigonometrica. Potenza di un numero complesso (Formula di De Moivre). Radice n -esima di un numero complesso. Forma esponenziale per i numeri complessi. Alcune proprietà dei numeri naturali. Disuguaglianza di Archimede. Dimostrazione del principio di induzione. Insiemi finiti ed infiniti. Insiemi numerabili e potenza del continuo. Diagonale di Cantor.

Limiti di Successioni.

Successioni. Limite finito di una successione. Esempi. Teorema di unicità del limite. Limite infinito di una successione. Successioni limitate. Operazioni con i limiti. Forme indeterminate. Teoremi di confronto: Teorema della permanenza del segno. Corollario 1. Corollario 2. Teorema dei Carabinieri. Teorema: una successione è infinitesima se e solo se il suo modulo è infinitesimo. Teorema del prodotto di una successione limitata per una infinitesima. Limiti notevoli. Numero di Nepero. Gerarchia degli infiniti. Successioni monotone. Teorema fondamentale sulle successioni monotone: Ogni successione monotona è regolare. Successioni estratte. Teorema di Bolzano-Weierstrass. Successioni di Cauchy. Teorema di Cauchy (senza dim.). \liminf e \limsup di una successione.

Serie Numeriche.

Serie numeriche. Serie armonica. Serie armonica generalizzata. Serie geometrica. Condizione necessaria per la convergenza di una serie. Criterio di convergenza di Cauchy per le serie. Serie a termini positivi. Regolarità delle serie a termini positivi. Criteri del confronto, del confronto asintotico, del rapporto e della radice. Serie a segni alterni. Criterio di Leibntz. Convergenza assoluta di una serie. Legami tra convergenza e convergenza assoluta.

Limiti di funzioni. Funzioni continue.

Punti di accumulazione. Limiti di funzioni. Teorema Ponte. Limiti notevoli. Asintoti verticali, orizzontali e obliqui. Funzioni continue. Esempi. Tutte le funzioni elementari sono continue nei loro domini di definizione. Funzione parte intera. Discontinuità: eliminabile, prima specie (salto) e seconda specie. Teorema della permanenza del segno (senza dim.) Teorema dell'esistenza degli zeri con il metodo di Bisezione. Primo Teorema dell'esistenza dei valori intermedi (senza dim.) Teorema di Weierstrass. Secondo Teorema dell'esistenza dei valori intermedi (senza dim.) Teorema di continuità della funzione inversa(senza dim.)

Derivate.

Definizione di derivata e suo significato geometrico. Approssimazione lineare. Significato meccanico della derivata. Equazione della retta tangente al grafico di f . Continuità delle funzioni derivabili. Operazioni con le derivate (senza dim.) Derivata delle funzioni composte (senza dim). Derivata delle funzione inversa (senza dim.). Derivate di funzioni elementari. Funzioni trigonometriche inverse.

Applicazioni delle Derivate. Studio di Funzioni.

Massimi e minimi relativi; punti critici. Teorema di Fermat. Teoremi di Rolle e Lagrange. Criterio di monotonia. Caratterizzazione delle funzioni costanti in un intervallo. I Teoremi di Hopital (senza dim.) e applicazione nel calcolo di limiti. Funzioni convesse e concave. Criterio di Convessità (senza dim.) Test della derivata seconda (senza dim.) La Formula di Taylor. Sviluppi di MacLaurin di alcune funzioni elementari. Studio del grafico di una funzione.

Integrale Definito secondo Riemann per Funzioni di una variabile.

Definizione di integrale definito per funzioni limitate su intervalli chiusi e limitati: esempi e controesempi. Criterio di integrabilità. Integrabilità delle funzioni continue (senza dim.) Proprietà degli integrali definiti. (senza dim.) I e II Teorema della Media.

Integrali Indefiniti.

Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale. Primitive. Formula Fondamentale del Calcolo

Integrale. L'integrale indefinito. Integrazione per Decomposizione in Somma. Integrazione delle Funzioni Razionali. Integrazione per Parti. Integrazione per Sostituzione. Introduzione alle aree di Figure Piane ed al calcolo di Volumi. Cenni su integrali impropri.

Testi Consigliati.

- 1) P. Marcellini, C. Sbordone: Analisi Matematica UNO-Liguori Editore.
- 2) G. Pedrick: A First Course in Analysis –New York Springer Verlag.