

Prova Scritta di Analisi Matematica IV

6 Settembre 2013

Esercizio 1.

Sia $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq y^2; 0 \leq y \leq \pi^{1/2}\}$. Si valuti

$$\int_R \frac{\sin y^2}{y} dx dy.$$

Esercizio 2.

Si calcoli la lunghezza della curva di equazione polare

$$\rho = e^{-\theta}, \quad \theta \in [0, 2\pi]$$

Esercizio 3.

Per quali valori dei parametri $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, la forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{ax + by}{x^2 + y^2} dx + \frac{cx + dy}{x^2 + y^2} dy$$

é chiusa? Per quali é esatta?

Esercizio 4.

Calcolare il flusso di $F(x, y, z) = (x^4, y, z)$ attraverso la superficie $\phi : D \rightarrow \mathbb{R}^3$, definita mediante

$$\phi(u, v) := (u, v, 1 - (u^2 + v^2)) \text{ e } D := \{(u, v) : u^2 + v^2 \leq 1\}.$$

Esercizio 5.

Mostrare che, per ogni soluzione (x_0, y_0) dell'equazione

$$2y - xe^y = 1$$

con $x_0 < 0$, esiste una funzione $y = g(x)$ tale che $y_0 = g(x_0)$. Si calcoli, inoltre, lo sviluppo di Taylor del secondo ordine centrato in x_0 .