

Geometria analitica e algebra lineare

Prova scritta del 12 luglio 2013

Nome e cognome _____ n. matricola _____

Scrivere nome e cognome **in testa ad ogni foglio**. **Consegnare questo foglio**. La durata della prova è tre ore; è consentito tenere sul banco un solo foglio di appunti personali. **Risposte prive di spiegazioni NON sono sufficienti**

1. Stabilire se la retta r , di equazioni parametriche $x = -1, y = 1 + t, z = -t$ (nel parametro reale t), è sghemba o complanare con la retta r' , di equazioni cartesiane $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$. In ogni caso, determinare la distanza tra r ed r' .

(punti 2 + 3)

2. Scrivere un'equazione cartesiana del piano che passa per la retta r , di equazioni parametriche, nel parametro reale t , $x = -1, y = 1 + t, z = -t$, ed è parallelo alla retta s , di equazioni $\begin{cases} x + y = -1 \\ z = -2 \end{cases}$.

(punti 3)

3. a) Scrivere un'equazione cartesiana della sfera S con centro in $(0, -1, 0)$ e passa per $(-1, -1, 0)$ e delle equazioni cartesiane della curva C che è intersezione di S col piano π di equazione $y = -1$.

b) Scrivere delle equazioni parametriche di C .

c) Per ogni punto P di C , si consideri la retta g che è perpendicolare al piano π e che passa per P . Scrivere delle equazioni parametriche delle rette g e ricavarne delle equazioni parametriche ed un'equazione cartesiana della superficie generata da queste rette.

(punti 2 + 2 + 3)

4. In \mathbb{R}^4 , si consideri il sottospazio \mathbf{U} generato dai vettori $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. Trovare,

specificandone una base, un sottospazio \mathbf{W} che sia supplementare di \mathbf{U} .

(punti 4)

5. Sia L l'applicazione da \mathbb{R}^4 ad \mathbb{R} così definita: $L : (x_1, x_2, x_3, x_4) \mapsto \sum_{i=1}^4 x_i$.

a) Dimostrare che L è lineare.

b) Scrivere la matrice associata ad L rispetto alle basi canoniche di \mathbb{R}^4 ed \mathbb{R} .

c) Dimostrare che L è surgettiva.

d) Determinare una base del sottospazio $\text{Ker}L$ (nucleo di L).

(punti: 5)

6. Stabilire per quali scelte di h la matrice reale $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & -h & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 2h & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile e, per quei valori di h ,

scrivere la matrice \mathbf{M} di un cambiamento di base che porti \mathbf{C} in forma diagonale.

(punti 4 + 2)