

## Prova intermedia<sup>1</sup>

**Avvertenza importante: motivare brevemente ogni risposta!** Scrivere sotto e sul retro del foglio

### Prima versione

1. Rappresentare con equazioni cartesiane il sottospazio di  $\mathbb{P}^4(\mathbb{R})$  generato dai punti  $[1,1,1,1,1]$ ,  $[0,1,0,0,0]$ ,  $[0,0,2,0,0]$ ,  $[0,2,0,0,0]$ .
2. Nello spazio  $\mathbb{P}^5(\mathbb{R})$  sono assegnati due sottospazi,  $p, q$  entrambi di dimensione uguale a 3, in posizione generale. Quali sono le dimensioni degli spazi congiungente  $J(p, q)$  e intersezione  $p \cap q$ ?
3. Enunciare e dimostrare la proposizione duale della seguente: nello spazio  $\mathbb{P}^4(\mathbb{R})$ , per due punti distinti passa una ed una sola retta.
4. In  $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$  sono assegnati i punti  $A = [2,3]$ ,  $B = [-2,3]$ ,  $C = [1, 0]$ . Trovare il quarto armonico dopo  $A, B, C$ .
5. Stabilire se la proiettività  $\varphi$  di  $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$  rappresentata dall'equazione bilineare
$$xx' + 2x + 3x' + 4 = 0$$
è iperbolica, parabolica, ellittica; se iperbolica, determinarne la caratteristica; se non iperbolica, determinare il punto  $\varphi(\infty)$ .

### Seconda versione

1. Rappresentare con equazioni cartesiane il sottospazio di  $\mathbb{P}^4(\mathbb{R})$  generato dai punti  $[1,1,1,1,0]$ ,  $[0,1,0,0,0]$ ,  $[0,0,0,1,0]$ ,  $[0,2,1,0,0]$ .
2. Nello spazio  $\mathbb{P}^5(\mathbb{R})$  sono assegnati due sottospazi,  $p, q$  entrambi di dimensione uguale a 4, in posizione generale. Quali sono le dimensioni degli spazi congiungente  $J(p, q)$  e intersezione  $p \cap q$ ?
3. Enunciare e dimostrare la proposizione duale della seguente: nello spazio  $\mathbb{P}^4(\mathbb{R})$ , due piani in posizione generale hanno in comune uno ed un solo punto.
4. In  $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$  sono assegnati i punti  $A = [1,3]$ ,  $B = [-1,3]$ ,  $C = [0, 1]$ . Trovare il quarto armonico dopo  $A, B, C$ .
5. Stabilire se la proiettività  $\varphi$  di  $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$  rappresentata dall'equazione bilineare
$$xx' + x + 3x' + 4 = 0$$
è iperbolica, parabolica, ellittica; se iperbolica, determinarne la caratteristica; se non iperbolica, determinare il punto  $\varphi(\infty)$ .

### Terza versione

1. Rappresentare con equazioni cartesiane il sottospazio di  $\mathbb{P}^4(\mathbb{R})$  generato dai punti  $[1,1,0,1,1]$ ,  $[0,1,0,0,0]$ ,  $[0,0,0,0,2]$ ,  $[0,0,0,0,4]$ .
2. Nello spazio  $\mathbb{P}^5(\mathbb{R})$  sono assegnati due sottospazi,  $p$  di dimensione uguale a 4,  $q$  di dimensione uguale a 2, in posizione generale. Quali sono le dimensioni degli spazi congiungente  $J(p, q)$  e intersezione  $p \cap q$ ?
3. Enunciare e dimostrare la proposizione duale della seguente: nello spazio  $\mathbb{P}^4(\mathbb{R})$ , una retta ed un piano in posizione generale hanno intersezione vuota.
4. In  $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$  sono assegnati i punti  $A = [1,2]$ ,  $B = [-1,2]$ ,  $C = [1,0]$ . Trovare il quarto armonico dopo  $A, B, C$ .
5. Stabilire se la proiettività  $\varphi$  di  $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$  rappresentata dall'equazione bilineare
$$xx' + x + 3x' + 7 = 0$$

<sup>1</sup> Indichiamo con  $v$  il voto, in trentesimi.

- Se  $v < 18$ , non ha nessun effetto sul voto finale
- Se  $18 \leq v \leq 23$ , viene aggiunto 1 punto al voto finale
- Se  $24 \leq v \leq 27$ , vengono aggiunti 2 punti al voto finale
- Se  $28 \leq v \leq 30$  con lode, vengono aggiunti 3 punti al voto finale.

è iperbolica, parabolica, ellittica; se iperbolica, determinarne la caratteristica; se non iperbolica, determinare il punto  $\varphi(\infty)$ .

#### Quarta versione

1. Rappresentare con equazioni cartesiane il sottospazio di  $\mathbb{P}^4(\mathbb{R})$  generato dai punti  $[0,0,1,1,1]$ ,  $[0,0,0,3,0]$ ,  $[0,0,2,0,0]$ ,  $[0,0,0,0,1]$ .
2. Nello spazio  $\mathbb{P}^5(\mathbb{R})$  sono assegnati una retta,  $p$ , ed un iperpiano  $q$ , in posizione generale. Quali sono le dimensioni degli spazi congiungente  $J(p,q)$  e intersezione  $p \cap q$ ?
3. Enunciare e dimostrare la proposizione duale della seguente: nello spazio  $\mathbb{P}^4(\mathbb{R})$ , una retta ed un iperpiano in posizione generale hanno in comune uno ed un solo punto.
4. In  $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$  sono assegnati i punti  $A = [1,1]$ ,  $B = [-1,1]$ ,  $C = [0,1]$ . Trovare il quarto armonico dopo  $A, B, C$ .
5. Stabilire se la proiettività  $\varphi$  di  $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$  rappresentata dall'equazione bilineare
$$xx' + x + 3x' + 3 = 0$$
è iperbolica, parabolica, ellittica; se iperbolica, determinarne la caratteristica; se non iperbolica, determinare il punto  $\varphi(\infty)$ .