

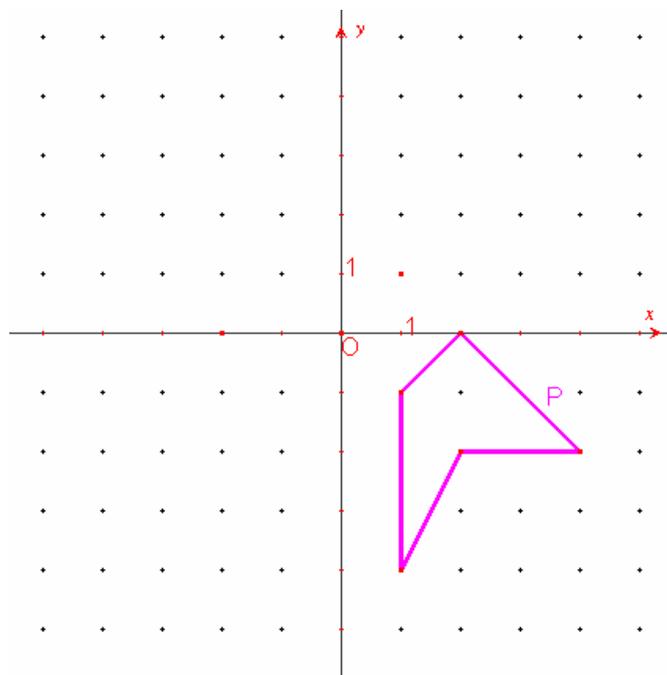
Giochi con due specchi. (Laboratorio sulla simmetria rotazionale)

Prima parte.

Abbiamo a disposizione alcune coppie di specchi, dei piccoli oggetti (poligoni, matite, palline), alcuni disegni.

Tra due specchi verticali, **accostati ad angolo retto**

1. poniamo un oggetto, vicino allo spigolo comune ai due specchi. Quante immagini vediamo?
2. Poniamo un rettangolo, in modo che due lati consecutivi siano aderenti ai due specchi. Che cosa vediamo?
3. Poniamo un foglio quadrato, su cui sono tracciati dei disegni, facendo aderire ai due specchi due lati consecutivi del foglio. Che caratteristiche presenta la configurazione complessiva (formata dal foglio e dalle sue immagini)?
4. Che cosa cambia nella configurazione complessiva (oggetto più immagini) se ruotiamo il foglio quadrato, cambiando così i lati che sono aderenti ai due specchi?
5. Esercizio (è *consigliabile usare una matita*): disegnare il poligono Q che si ottiene applicando al poligono P della figura, una dopo l'altra, le simmetrie assiali (o riflessioni) rispetto ai due assi x e y .



Ha importanza l'ordine in cui si eseguono le due riflessioni?

Confrontare i due poligoni P e Q: che si può dire dei loro lati, angoli, o di altri caratteri?

Cancellare le costruzioni intermedie, lasciando solo P e Q. Considerare un punto qualsiasi X di P ed il suo corrispondente X' di Q: in quale relazione sono i tre punti X, X' e O?

6. Che cosa significa la frase: “i punti X e X' sono simmetrici rispetto ad O” ?

7. Riempire gli spazi vuoti nella **definizione**:

*fissato nel piano un punto O, la **simmetria centrale rispetto ad O (di centro O)**, è la corrispondenza che ad un punto qualsiasi P, diverso da O, associa quel punto P' tale che e ad O associa*

8. Nei due fregi qui sotto (da www.matematita.it) ci sono parti che si corrispondono in simmetrie centrali? Ci sono parti che si corrispondono in traslazioni? Indica dei centri di simmetria e qualche traslazione.

a)



b)



9. Nei due fregi dell'esercizio precedente, noti qualche relazione tra centri di simmetria e traslazioni che portano una parte del fregio su un'altra?

Esprimi una congettura riguardante la composizione di due simmetrie centrali e prova a dimostrarla.

Seconda parte.

Abbiamo a disposizione delle coppie di specchi incidenti ad apertura variabile¹.

1. Sapresti utilizzare un piccolo oggetto (una pallina, un pupazzetto.....) per capire quando l'apertura degli specchi è di 60° ? oppure, di 45° ? Se sì, come?

2. Immagina di inserire una pallina, o un altro oggetto, tra i due specchi a diverse aperture. Quante palline vedi, compresa quella reale?

apertura	numero di palline
90°	
30°	
60°	
45°	
18°	
10°	

3. Accosta un rettangolo o un triangolo ad uno dei due specchi, in modo che insieme con la sua immagine formi un quadrilatero Q dotato di asse di simmetria.

a) Quante copie di Q (compreso Q) vedi, se cambi le aperture?

apertura	numero di quadrilateri
90°	
30°	
60°	
45°	
18°	
10°	

b) Come sono disposti Q e le sue immagini, rispetto allo spigolo comune ai due specchi?

c) Se fai scorrere una matita lungo il bordo di Q in senso orario, le immagini della matita percorrono i bordi delle immagini di Q in senso orario oppure no?

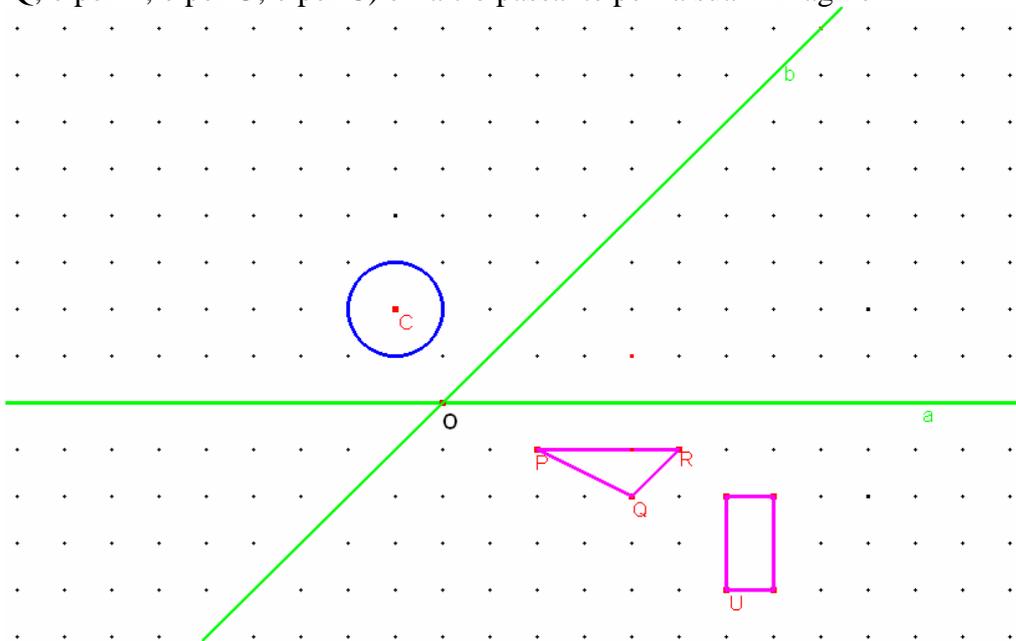
4. Confronta le colonne di destra delle due tabelle precedenti: che cosa noti?

5. Sappiamo che il risultato della composizione di due riflessioni rispetto a specchi paralleli è una traslazione. Che trasformazione si ottiene componendo due riflessioni rispetto a specchi incidenti?

¹ In prestito da **Matematita**, Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica.

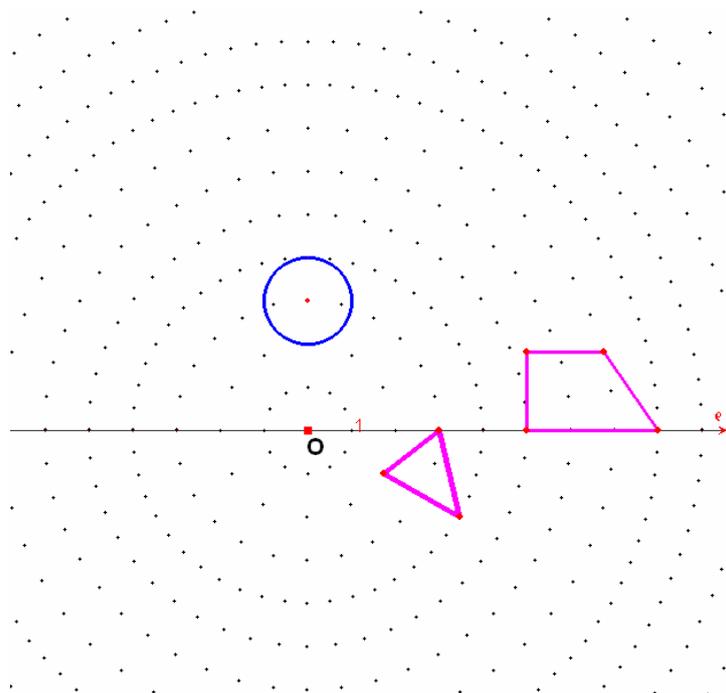
6. Esercizio: per verificare la correttezza della risposta alla domanda precedente, nel caso di riflessioni nel piano, applica prima la riflessione rispetto alla retta a e poi quella rispetto a b alle tre figure del disegno che segue. In particolare:

- controlla che un qualsiasi punto e la sua immagine si trovano alla stessa distanza da O
- confronta gli angoli, di vertice O , che hanno un lato passante per un punto (per P o per Q , o per R , o per U , o per C) e l'altro passante per la sua immagine



7. Completa la **definizione**: fissati nel piano un punto O e un angolo orientato di ampiezza α° , si chiama **rotazione di centro O e angolo α°** la trasformazione del piano che manda O in..... e ogni punto P diverso da O nel punto P' che ed è tale che l'angolo orientato POP'

8. Esercizio: aiutandoti con la griglia disegnata nella figura e con proprietà della rotazione (conserva le lunghezze, l'ortogonalità, ...) disegna le immagini del triangolo, del trapezio rettangolo, della circonferenza nella rotazione con centro O , di ampiezza 60° , in senso antiorario.



9. Che differenza c'è tra “simmetria centrale rispetto ad O ” e “mezzo giro intorno ad O ” o “rotazione di 180° intorno ad O ” ?

10. E' possibile che una rotazione trasformi un triangolo in se stesso? Che tipo di triangolo?

11. Se un triangolo è trasformato in se stesso da rotazioni, qual è il centro e quali sono le ampiezze degli angoli di queste rotazioni?

12. Esiste qualche quadrilatero non regolare che è trasformato in se stesso da una rotazione? Di che tipo di quadrilatero si tratta, e di quale rotazione?

13. Se un quadrilatero è portato su se stesso da più di una rotazione (cioè, da rotazioni di angoli **diversi**, minori di 180°) che quadrilatero è? Quali sono il centro e le ampiezze di queste rotazioni?

14. Un pentagono può essere trasformato in se stesso da qualche rotazione?

Se sì, qual è la rotazione di angolo minimo? Quante sono quelle diverse tra loro?

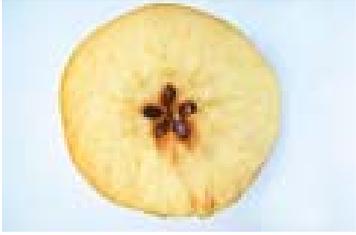
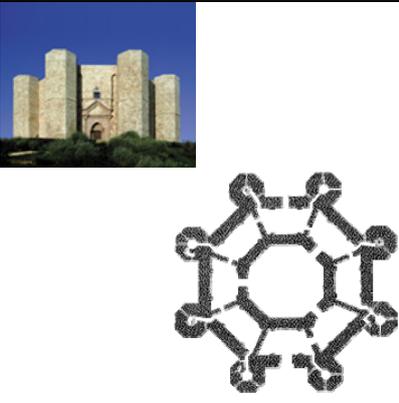
15. Quali trasformazioni (riflessioni, rotazioni) mandano una stella di mare, come quelle della fotografia qui sotto, su se stessa?



16. Completa la **definizione**: *si dice che una figura possiede una simmetria rotazionale se esiste.....*

17. Spiega che cosa significa la frase: “la figura ha una simmetria rotazionale di ordine n ”, dove “ n ” è un numero intero naturale.

18. Per ciascuna delle immagini² che seguono indica le sue simmetrie assiali e rotazionali

	n. di assi	angoli		n. di assi	angoli
 Fiore di melo			 Passiflora		
 Pera			 Riccio di mare		
 Cactacea			 Asfodelo		
 Narciso			 Clematide		
 Rosone di S. Domenico, Cosenza			 Castel del Monte, vista e pianta		

²Le immagini dei fiori e del riccio sono da www.matematita.it; dove ognuna è accompagnata da una scheda.