

Sulle lezioni n. 12-13-14 (10-11-13 novembre 2008).

Gli argomenti delle lezioni sono reperibili in [Testo] nei n. 2.1, 2.2, 2.4, 2.5, 2.6, fuorché la proposizione 2.6.1. Il n. 2.3 viene omissso.

L'esercizio del compito a casa n. 4.

Scrivere la proposizione duale della seguente:

In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, date due rette complanari, per ogni punto, che non giaccia nel piano a cui esse appartengono, passa una retta incidente ad entrambe.

Dimostrare sia la proposizione che la duale.

Nell'esempio di svolgimento che segue, si è usato il **grassetto** per i termini che denotano sottospazi proiettivi tra loro duali, il *corsivo* per le relazioni di appartenenza che sono tra loro duali.

In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, date due rette , <i>contenute in uno stesso piano</i> , o <i>complanari</i> , per ogni punto , che non <i>giaccia nel piano</i> a cui esse appartengono, passa una retta che ha un punto di intersezione con entrambe, ovvero è <i>incidente ad entrambe</i> .	In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, date due rette , <i>passanti per uno stesso punto</i> , o <i>incidenti</i> , in ogni piano , che non <i>passi per il punto</i> per cui esse <i>passano</i> , è <i>contenuta</i> una retta che sta in un piano che <i>congionge con</i> tutte e due, ovvero è <i>complanare con</i> entrambe.
Siano r, s le due rette, α il piano che le contiene. Per la formula di Grassmann, poiché il loro congiungente $J(r,s)$ ha dimensione uguale a 2, lo spazio $r \cap s$ ha dimensione 0; chiamiamo A il punto $r \cap s$. Preso un qualsiasi punto B che non appartenga al piano α , poiché B è distinto da A , esiste una sola retta t , congiungente B ed A . La retta t , che incontra r, s in A , è la retta cercata. C.v.d	Siano r, s le due rette, A il punto che esse hanno in comune. Per la formula di Grassmann, poiché lo spazio $r \cap s$ ha dimensione 0, lo spazio $J(r,s)$ ha dimensione uguale a 2; chiamiamo α il piano $J(r,s)$. Preso un qualsiasi piano β che non contenga il punto A , poiché β è distinto da α , esiste una sola retta $t = \alpha \cap \beta$. La retta t , contenuta nel piano α di r,s , è la retta cercata. C.v.d.