

Prova intermedia¹

Avvertenza importante: motivare brevemente ogni risposta! Scrivere sotto e sul retro del foglio

Prima versione

1. a) Rappresentare con equazioni cartesiane il sottospazio S di $\mathbb{P}^4(\mathbb{R})$ generato dai punti $[0,1,0,0,0]$, $[0,0,2,0,0]$, $[0,2,0,1,0]$.
- b) Sia T l'iperpiano di $\mathbb{P}^4(\mathbb{R})$ di equazione $x_1 + x_4 - 7x_5 = 0$. Trovare la dimensione, delle equazioni cartesiane e delle equazioni parametriche del sottospazio proiettivo $T \cap S$.
- c) Determinare un sottospazio V che sia complementare di S .
2. Enunciare e dimostrare la proposizione duale della seguente: nello spazio $\mathbb{P}^5(\mathbb{R})$, una retta ed un sottospazio di dimensione tre in posizione generale sono sghembi.
3. In $\mathbb{P}^1(\mathbb{R}) = \mathbb{A}^1 \cup \{\infty\}$ sono dati i punti A, B, C di coordinate affini, rispettivamente, $2, -2, 0$. Trovare il quarto armonico dopo A, B, C .
4. Trovare i punti fissi e, se è possibile, calcolare la caratteristica della proiettività φ di $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$ rappresentata dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 8 & 11 \end{pmatrix}$$

Seconda versione

1. a) Rappresentare con equazioni cartesiane il sottospazio S di $\mathbb{P}^4(\mathbb{R})$ generato dai punti $[1,1,1,1,0]$, $[0,1,0,0,0]$, $[0,0,0,1,0]$.
- b) Sia T l'iperpiano di $\mathbb{P}^4(\mathbb{R})$ di equazione $x_1 - x_3 - 9x_5 = 0$. Trovare la dimensione, delle equazioni cartesiane e delle equazioni parametriche del sottospazio proiettivo $T \cap S$.
- c) Determinare un sottospazio V che sia complementare di S .
2. Enunciare e dimostrare la proposizione duale della seguente: nello spazio $\mathbb{P}^5(\mathbb{R})$, due piani in posizione generale sono sghembi.
3. In $\mathbb{P}^1(\mathbb{R}) = \mathbb{A}^1 \cup \{\infty\}$ sono dati i punti A, B, C di coordinate affini, rispettivamente, $0, -2, -1$. Trovare il quarto armonico dopo A, B, C .
4. Trovare i punti fissi e, se è possibile, calcolare la caratteristica della proiettività φ di $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$ rappresentata dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Terza versione

1. a) Rappresentare con equazioni cartesiane il sottospazio S di $\mathbb{P}^4(\mathbb{R})$ generato dai punti $[1,1,0,1,1]$, $[0,1,0,0,0]$, $[0,0,0,0,4]$.
- b) Sia T l'iperpiano di $\mathbb{P}^4(\mathbb{R})$ di equazione $4x_1 - x_3 - x_5 = 0$. Trovare la dimensione, delle equazioni cartesiane e delle equazioni parametriche del sottospazio proiettivo $T \cap S$.
- c) Determinare un sottospazio V che sia complementare di S .
2. Enunciare e dimostrare la proposizione duale della seguente: nello spazio $\mathbb{P}^5(\mathbb{R})$, una retta ed un piano in posizione generale sono sghembi.
3. In $\mathbb{P}^1(\mathbb{R}) = \mathbb{A}^1 \cup \{\infty\}$ sono dati i punti A, B, C di coordinate affini, rispettivamente, $4, 2, 3$. Trovare il quarto armonico dopo A, B, C .

¹ indicato con v il voto della prova intermedia, se $v < 18$, non ha nessun effetto sul voto finale, se $18 \leq v \leq 26$, viene aggiunto 1 punto al voto finale, se $27 \leq v \leq 30$ con lode, vengono aggiunti 2 punti al voto finale

4. Trovare i punti fissi e, se è possibile, calcolare la caratteristica della proiettività φ di $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$ rappresentata dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Quarta versione

1. a) Rappresentare con equazioni cartesiane il sottospazio S di $\mathbb{P}^4(\mathbb{R})$ generato dai punti $[0,0,0,3,0]$, $[0,0,2,0,0]$, $[1,0,0,0,1]$.

b) Sia T l'iperpiano di $\mathbb{P}^4(\mathbb{R})$ di equazione $x_1 - x_2 = 0$. Trovare la dimensione, delle equazioni cartesiane e delle equazioni parametriche del sottospazio proiettivo $T \cap S$.

c) Determinare un sottospazio V che sia complementare di S .

2. Enunciare e dimostrare la proposizione duale della seguente: nello spazio $\mathbb{P}^5(\mathbb{R})$, una retta ed un iperpiano in posizione generale hanno in comune un solo punto.

3. In $\mathbb{P}^1(\mathbb{R}) = \mathbb{A}^1 \cup \{\infty\}$ sono dati i punti A , B , C di coordinate affini, rispettivamente, 1 , -1 , 0 . Trovare il quarto armonico dopo A , B , C .

4. Trovare i punti fissi e, se è possibile, calcolare la caratteristica della proiettività φ di $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$ rappresentata dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$