Geometria lineare e affine (c. di l. in Fisica) **– Geometria analitica** (c. l. in Matematica)
Prova scritta – 12 settembre 2008

Per favore, leggere le avvertenze! Scrivere nome e cognome **<u>in testa ad ogni foglio</u>. Consegnare questo foglio.** La durata della prova è tre ore; è consentito tenere sul banco un solo foglio di appunti personali; non è consentito ritirarsi o uscire prima che sia trascorsa un'ora e mezza dall'inizio della prova.

<u>Nome e cognome………………………………….. N. matr……………. corso di laurea……….</u>

1.A. Determinare per quali valori dei parametri *h,k* sia compatibile il sistema lineare, nelle incognite *x,y,z*

$$\begin{cases} 2x+5y+2z=h \\ 2x-y+kz=3 \\ 2x+2y-2z=k \end{cases}.$$

B. Per quei valori di *h,k* per cui il sistema dell'esercizio A ha <u>infinite</u> soluzioni, determinare tutte le soluzioni.

C. Indichiamo con *F* il fascio improprio di piani definito da $2x + 5y + 2z = h$ e con $r(k)$ le rette di equazioni $\begin{cases} 2x-y+kz=3 \\ 2x+2y-2z=k \end{cases}$. Utilizzare i risultati ottenuti in A per rispondere alle domande:

a) esistono valori di *k* per i quali la corrispondente retta $r(k)$ intersechi (in un unico punto) ogni piano del fascio *F* ?
b) Esistono valori di *k* per cui $r(k)$ è parallela (in senso stretto) a qualche piano del fascio *F*?
c) Esistono valori di *k* per cui $r(k)$ è contenuta in un piano di *F* ?

(punti 2+1+3)

2. a) Determinare, se esistono, i valori del parametro μ per cui risulti singolare la matrice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & 5 & \mu & 6 \end{pmatrix}.$$

b) Fissato μ in modo che la matrice **A** sia singolare, indicare quali colonne di **A** sono tra loro linearmente indipendenti e scrivere le rimanenti colonne come combinazione lineare delle colonne linearmente indipendenti.

(punti 1+3)

3. Nello spazio, sono dati la retta *s* di equazioni $\begin{cases} x-z=2 \\ y-2z=0 \end{cases}$ ed il punto $R = (4,0,-2)$.
a) Scrivere un'equazione cartesiana del piano che contiene *s* ed *R*.
b) Scrivere un'equazione del piano che contiene *R* ed è perpendicolare a *s*.
c) Rappresentare in forma cartesiana la retta che passa per *R* ed è perpendicolare ed incidente ad *s*.

(punti 2+2+2)

4. Nel piano, riferito a coordinate cartesiane ortogonali, sono dati il punto *F* di coordinate (2,2) e la retta *d* di equazione $x + y + 4 = 0$.
a) Trovare l'asse *a* ed il vertice *V* della parabola *P* che ha *F* come fuoco e *d* come direttrice.
c) Scrivere un'equazione che rappresenti *P* nel sistema di coordinate dato (senza svolgere calcoli!).
d) Scrivere un'equazione che rappresenti *P* nel sistema di riferimento in cui *V* è l'origine delle coordinate e *a* è l'asse delle *x*.

(punti 2+1+2)

5. Esaminare le curve che sono le sezioni della quadrica *Q* di equazione

$$4x^2 - y^2 - z^2 = 1$$

con piani paralleli ai piani coordinati; in base ai risultati ottenuti, stabilire se *Q* sia un iperboloide ad una falda oppure a due falde, e se sia una quadrica rotonda (cioè, che si possa ottenere facendo ruotare una conica intorno ad un suo asse di simmetria).

(punti 5)

6. Scrivere un'equazione che rappresenti la superficie sferica Σ che passa per i punti $M = (\sqrt{7},0,1)$, $N = (0,2,2)$ e che sul piano $y = 2$ taglia una circonferenza con centro in $L = (0,2,0)$.

(punti 4)