

**Geometria lineare e affine** (c. di l. in Fisica) **Geometria analitica** (c. di l. in Matematica)  
**Prova scritta – 31 marzo 2008**

**Durata della prova: tre ore. E' consentito tenere sul banco un solo foglio di appunti personali. Non è consentito ritirarsi o uscire prima che sia trascorsa una ora e mezza dell'inizio della prova. Scrivere nome, cognome, numero di matricola, corso di laurea in testa ad ogni foglio.**

Nome e cognome..... N. matricola..... Corso di laurea .....
---

1. Nello spazio sono assegnate le rette:  $r$ , di equazioni parametriche, nel parametro reale  $t$ ,  $s$  di  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = 2t \end{cases}$ ,  $s$  di

equazioni cartesiane  $\begin{cases} x - 2z = 0 \\ x + y - 5z = 0. \end{cases}$

- a) Verificare che  $r, s$  sono sghembe.
- b) Scrivere un'equazione cartesiana del piano che contiene  $r$  ed è parallelo a  $s$ .
- c) Trovare la distanza tra  $r$  ed  $s$ . (6 punti)

2. a) Discutere e, per tutti i valori del parametro  $k$  per cui è possibile, risolvere il sistema, nelle incognite  $x, y, z$

$$\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 4 \\ 2x + ky + 2z = 2 \\ kx + 2y + 2z = k \end{cases}$$

b) Sia:

- $\alpha$  il piano di equazione  $2x + 3y + 2z = 4$
- $r(k)$  la retta di equazioni  $\begin{cases} 2x + ky + 2z = 2 \\ kx + 2y + 2z = k \end{cases}$ .

Senza fare ulteriori calcoli, utilizzare la discussione ed i risultati precedenti per rispondere alle domande:

- i) esistono valori di  $k$  per i quali il piano  $\alpha$  interseca in un solo punto la retta  $r(k)$ ?
- ii) Vi sono valori di  $k$  per i quali il piano  $\alpha$  contiene la retta  $r(k)$ ?
- iii) Esistono valori di  $k$  per i quali il piano  $\alpha$  è parallelo alla retta  $r(k)$ ? (punti 4+3)

3. a) Stabilire se i vettori  $\mathbf{a} = (1,2,2)$ ,  $\mathbf{b} = (3,1,2)$ ,  $\mathbf{c} = (1,-3,-2)$ ,  $\mathbf{d} = (2,4,-5)$  sono linearmente dipendenti.

b) Uno tra i vettori  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}$  non si può scrivere come combinazione lineare degli altri: quale, e per quale ragione? (punti 2+2)

4. Nel piano è assegnata la famiglia di coniche definita dall'equazione, dipendente dal parametro reale  $A$ ,

$$Ax^2 + 2(A-2)xy + Ay^2 + 8x + 3y = 0.$$

- a) Stabilire per quali valori di  $A$  si hanno ellissi, parabole, iperboli.
- b) Se esiste un valore di  $A$  per cui si ottenga una circonferenza, trovarne il centro, il raggio, delle equazioni parametriche, e un'equazione della retta tangente in  $(0,0)$ .
- c) Qual è la direzione dell'asse dell'unica parabola appartenente alla famiglia di coniche? (Non è richiesta l'equazione dell'asse della parabola, ma è richiesta una giustificazione della risposta.) (punti 1+3+1)

5. Scrivere un'equazione della superficie sferica che è tangente al piano  $x + z + 2 = 0$  in  $(0,2,-2)$ , è contenuta nel semispazio in cui  $x + z + 2 \geq 0$  ed ha raggio uguale a  $2\sqrt{2}$ . (4 punti)

6. Dallo studio delle curve che sono le sezioni piane della superficie di equazione  $x^2 + 2y^2 = 1$  con piani paralleli ai piani coordinati dedurre di che tipo di superficie si tratti e scriverne delle equazioni parametriche. (4 punti)